سلسلة 2	المستقيم في المستوى- دراسة تحليلية حلول مقترحة	الجذع المشترك العلمي و التكنولوجي

تمرين 1 : $t\in IR$ $(D):\begin{cases}x=2-6t\\y=-3+8t\end{cases}$ ، $(\Delta): 3x-4y+1=0$ ، $K(5,2)$

1 نعوض إحداثيتي K في التمثيل البارامتري لـ (D): $\begin{cases}5=2-6t\\2=-3+8t\end{cases}$ منه: $\begin{cases}t=\dfrac{-3}{6}=\dfrac{-1}{2}\\t=\dfrac{5}{8}\end{cases}$

بما أن: $\dfrac{5}{8}\neq\dfrac{-1}{2}$ فإن: $\boxed{K\notin(D)}$ ، و من جهة أخرى ، لدينا $3x_K-4y_K+1=15-8+1=8\neq 0$ إذن : $\boxed{K\notin(\Delta)}$

2 لدينا : $t\in IR$ $(D):\begin{cases}x=2-6t\\y=-3+8t\end{cases}$ منه: $\begin{matrix}4x=8-24t\\3y=-9+24t\end{matrix}$ و بجمع المتساويتين نجد: $\boxed{(D): 4x+3y=-1}$

لاحظ أنه لإيجاد معادلة ديكارتية انطلاقا من تمثيل بارامتري يكفي التخلص من البارامتر.

3 لدينا: $(\Delta): 3x-4y+1=0$ ، لنبحث عن نقطة من (Δ) ، نأخذ مثلا $x=1$ فنجد $y=1$

إذن (Δ) يمر بالنقطة $P(1;1)$ و موجه بالمتجهة : $\vec{u}(4;3)$ إذن تمثيله البارامتري: $\boxed{(\Delta):\begin{cases}x=1+4k\\y=1+3k\end{cases}/k\in IR}$

4 لدينا (Δ) موجه بالمتجهة $\vec{u}(4;3)$ و (D) موجه بالمتجهة : $\vec{v}(-6;8)$

و بما أن: $\det(\vec{u},\vec{v})=\begin{vmatrix}4&3\\-6&8\end{vmatrix}=32+18=50\neq 0$ فإن (D) و (Δ) يتقاطعان في نقطة وحيدة.

لم يطلب تحديد إحداثيتي نقطة التقاطع، لذلك لم نبحث عن حل النظمة.

5 في التمثيل البارامتري لـ (Δ) نأخذ على التوالي $k=0$ و $k=-1$ (يمكنك إختيار قيم أخرى) فنجد أنه يمر بالنقطتين: $E(1;1)$ و $F(-3;-2)$ ، و في التمثيل البارامتري لـ (D) نأخذ على التوالي $t=0$ و $t=1$ فنجد أنه يمر بالنقطتين: $K(2;-3)$ و $H(-4;5)$

إذن يكفي أن ننشئ هذه النقط و من تم (Δ) و (D) في معلم متعامد ممنظم.

تمرين 2 : $t\in IR$ $(L):\begin{cases}x=5+5t\\y=2-t\end{cases}$ ، $(\Delta):(m-1)x-4y+1=0$ ($m\in IR$)

1 بما أن (D) يوازي (L) فإنه موجه بنفس موجهة (L) ، أي أن $\vec{u}(5;-1)$ موجهة لـ (D)

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى. لدينا : $\vec{u}(5;-1)$ و $\overrightarrow{AM}(x-1;y+2)$

$M\in(D)$ يعني: $\det(\overrightarrow{AM},\vec{u})=0$ يعني: $\begin{vmatrix}x-1&y+2\\5&-1\end{vmatrix}=0$ يعني $-(x-1)-5(y+2)=0$

يعني: $-x+1-5y-10=0$ بالتالي: $\boxed{(D):\quad -x-5y-9=0}$ أو أيضا: $\boxed{(D):\quad x+5y+9=0}$

2 لدينا : $A\in(\Delta)$ يعني: $(m-1)x_A-4y_A+1=0$ يعني: $m-1+8+1=0$ يعني: $\boxed{m=-8}$

3 لدينا (Δ) موجه بالمتجهة $\vec{v}(4;m-1)$ و (L) موجه بالمتجهة : $\vec{u}(5,-1)$

لدينا $(\Delta)//(L)$ يعني : $\det(\vec{u},\vec{v})=0$ يعني : $\begin{vmatrix}4&m-1\\5&-1\end{vmatrix}=0$ يعني : $-4-5(m-1)=0$

يعني : $-4-5m+5=0$ يعني: $\boxed{m=\dfrac{-1}{5}}$

لدينا $(\Delta): x-4y+1=0$ و $t \in IR$ $(L): \begin{cases} x=5+5t \\ y=2-t \end{cases}$

4

أ) لتحديد إحداثيتي E نحل النظمة المكونة من التمثيل البارامتري و المعادلة الديكارتية، نعوض فنجد: $5+5t-4(2-t)+1=0$ منه: $5+5t-8+4t+1=0$ منه: $9t-2=0$ منه: $t=\frac{2}{9}$

بالتالي: $\boxed{\begin{cases} x_E=5+\frac{10}{9}=\frac{55}{9} \\ y_E=2-\frac{2}{9}=\frac{16}{9} \end{cases}}$

ب) نعلم أن المعادلة الديكارتية لمحور الأفاصيل هي $(Ox): y=0$، إذن نقطة تقاطع (Δ) مع محور الأفاصيل ستحقق النظمة: $\begin{cases} x-4y+1=0 \\ y=0 \end{cases}$ منه: $\begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases}$ بالتالي: $\boxed{K(-1;0)}$

ج) نعلم أن المعادلة الديكارتية لمحور الأراتيب هي $(Oy): x=0$، إذن نقطة تقاطع (Δ) مع محور الأراتيب ستحقق النظمة: $\begin{cases} x-4y+1=0 \\ x=0 \end{cases}$ منه: $\begin{cases} y=\frac{1}{4} \\ x=0 \end{cases}$ بالتالي: $\boxed{P\left(0;\frac{1}{4}\right)}$

تمرين 3 : $(D): 2x-y-3=0$ ، $(\Delta): x+3y-5=0$

1

لدينا (D) موجه بالمتجهة $\vec{u}(1;2)$ و (Δ) موجه بالمتجهة: $\vec{v}(-3;1)$

بما أن $\det(\vec{u},\vec{v})=\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}=1+6=7\neq 0$ فإن المتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مستقيميتين ، مما يعني أن (D) و (Δ) متقاطعان في نقطة وحيدة E

لدينا $\begin{cases} 2x-y=3 \\ x+3y=5 \end{cases}$ تعني: $\begin{cases} y=2x-3 \\ x+3y=5 \end{cases}$ تعني: $\begin{cases} y=2x-3 \\ x+3(2x-3)=5 \end{cases}$ تعني: $\begin{cases} y=2x-3 \\ x+6x-9=5 \end{cases}$

تعني: $\begin{cases} y=2x-3 \\ 7x=5+9=14 \end{cases}$ منه: $\begin{cases} y=2\times 2-3=4-3=1 \\ x=\frac{14}{7}=2 \end{cases}$ بالتالي: $E(2;1)$

يمكن استعمال طرق أخرى لحل النظمة أعلاه كالتأليفة الخطية أو المحددة

2

لدينا: $(D): 2x-y-3=0$ و $(\Delta): x+3y-5=0$

نأخذ في معادلة (D) (مثلا) $x=1$ فنجد : $y=-1$ ثم

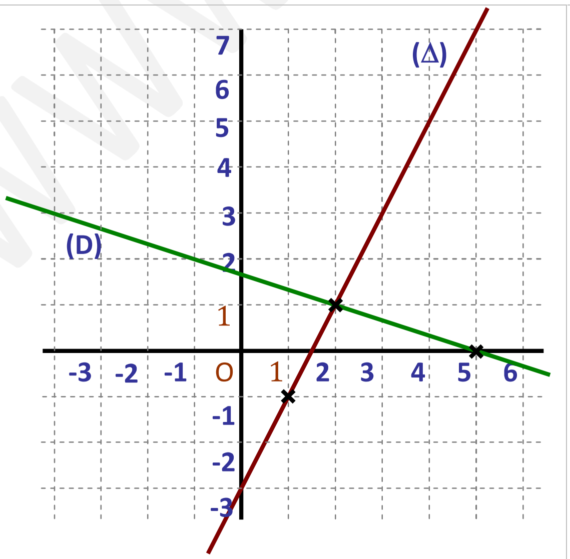
نأخذ $x=2$ فنجد : $y=1$

إذن: (D) يمر من النقطتين: $A(1;-1)$ و $B(2;1)$

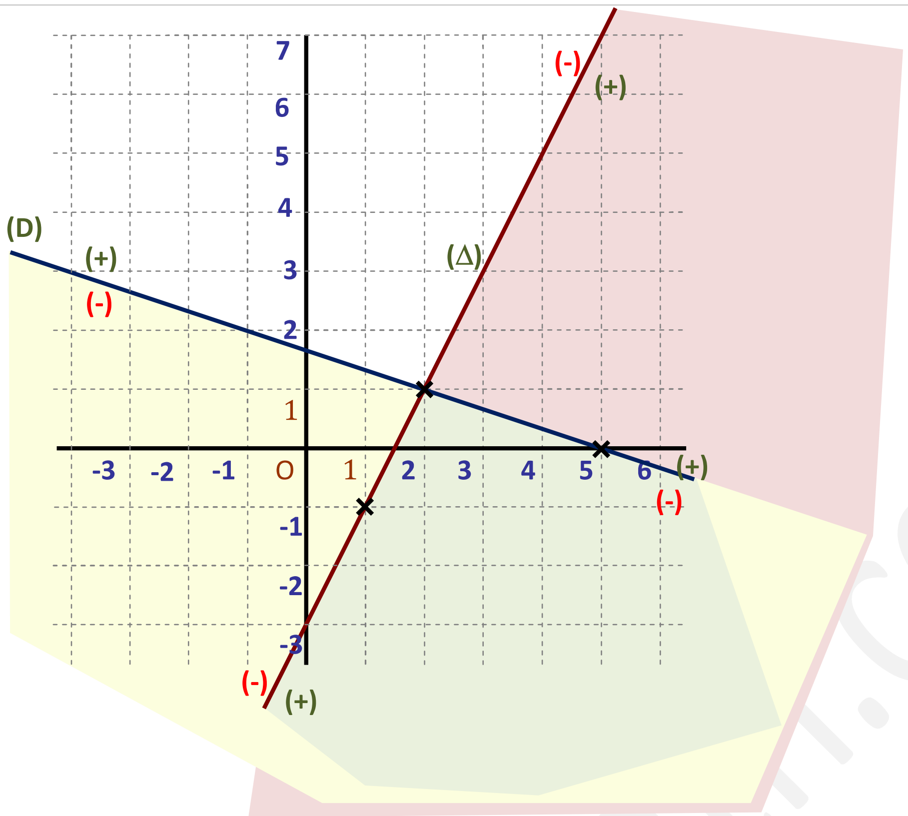
نأخذ في معادلة (Δ) (مثلا) $y=0$ فنجد : $x=5$ ثم

نأخذ $y=1$ فنجد : $x=2$

إذن: (Δ) يمر من النقطتين : $C(5;0)$ و $B(2;1)$



3



لحل النظمة $\begin{cases} 2x-y-3\leq 0 \\ x+3y-5\geq 0 \end{cases}$ مبيانيا نقوم بإنشاء ثم تجويه المستوى بالمستقيمين (D) و (Δ)

النقطة $O(0;0)$ لا تنتمي إليهما:

بما أن : $2x_O-y_O-3=0-0-3=-3<0$ فإن O تنتمي لنصف المستوى (السالب) (اللون الأصفر)

و بما أن: $x_O+3y_O-5=-5<0$ فإن O تنتمي لنصف المستوى (السالب) (نصف المستوى المقابل للون الأحمر)

إذن حل النظمة مبيانيا هي مجموعة النقط التي تنتمي في نفس الوقت لنصف المستوى السالب المحدد بـ (D) و نصف المستوى الموجب المحدد بـ (Δ)، أي الملون في نفس الوقت باللونين الأصفر و الأحمر.

<u>تمرين 4</u> : $A(4;0)$ و $B(0;4)$ ، $(D): x+2y-6=0$

1

أ) لدينا $A(4;0)$ و $B(0;4)$

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى. لدينا: $\overrightarrow{AB}(-4;4)$ و $\overrightarrow{AM}(x-4;y)$

$M\in(AB)$ يعني: $\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM})=0$ يعني: $\begin{vmatrix} x-4 & y \\ -4 & 4 \end{vmatrix}=0$ يعني $4(x-4)+4y=0$

يعني: $4x-16+4y=0$ أو أيضا : $\boxed{(AB): \quad x+y-4=0}$

ب) لنحل النظمة : $\begin{cases} x+2y-6=0 \\ x+y-4=0 \end{cases}$ يعني: $\begin{cases} x=6-2y \\ (6-2y)+y-4=0 \end{cases}$ يعني: $\begin{cases} x=6-2y \\ -y=4-6=-2 \end{cases}$

يعني: $\begin{cases} x=6-4=2 \\ y=2 \end{cases}$ بالتالي: $\boxed{C(2;2)}$

2

نعلم أن المعادلة الديكارتية لمحور الأفاصيل هي $y=0$ و نعلم أن المعادلة الديكارتية لمحور الأفاصيل هي $x=0$

إذن إحداثيتا E هي حل النظمة : $\begin{cases} x+2y-6=0 \\ y=0 \end{cases}$ أي: $\begin{cases} x-6=0 \\ y=0 \end{cases}$ أي: $\begin{cases} x=6 \\ y=0 \end{cases}$ بالتالي: $\boxed{E(6;0)}$

3		إذن إحداثيتا F هي حل النظمة $\begin{cases}x+2y-6=0\\x=0\end{cases}$ أي: $\begin{cases}2y-6=0\\x=0\end{cases}$ أي: $\begin{cases}y=3\\x=0\end{cases}$ بالتالي: $\boxed{F(0;3)}$
	أ)	$I\left(\frac{x_O+x_C}{2};\frac{y_O+y_C}{2}\right)$ $I\left(\frac{0+2}{2};\frac{0+2}{2}\right)$ أي: $\boxed{I(1;1)}$ $J\left(\frac{x_A+x_F}{2};\frac{y_A+y_F}{2}\right)$ $J\left(\frac{4+0}{2};\frac{0+3}{2}\right)$ أي: $\boxed{J\left(2;\frac{3}{2}\right)}$ $K\left(\frac{x_E+x_B}{2};\frac{y_E+y_B}{2}\right)$ $K\left(\frac{6+0}{2};\frac{0+4}{2}\right)$ أي: $\boxed{K(3;2)}$
		لدينا: $\overrightarrow{IK}(2;1)$ و $\overrightarrow{IJ}\left(1;\frac{1}{2}\right)$ بما أن: $\det\left(\overrightarrow{IJ};\overrightarrow{IK}\right)=\begin{vmatrix}1&\frac{1}{2}\\2&1\end{vmatrix}=1-1=0$ فإن المتجهتين $\overrightarrow{IJ}$ و $\overrightarrow{IK}$ مستقيميتان، بالتالي النقط I و J و K مستقيمية.
4		بما أن (Δ) يوازي (D) فإنه موجه بنفس موجهة (D)، أي أن $\vec{u}(-2;1)$ موجهة لـ (Δ) و مار من $H\left(-1;\frac{1}{2}\right)$ لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى. لدينا : $\vec{u}(-2;1)$ و $\overrightarrow{HM}\left(x+1;y-\frac{1}{2}\right)$ $M\in(D)$ يعني: $\det\left(\overrightarrow{HM},\vec{u}\right)=0$ يعني: $\begin{vmatrix}x+1&y-\frac{1}{2}\\-2&1\end{vmatrix}=0$ يعني $x+1+2\left(y-\frac{1}{2}\right)=0$ يعني: $x+1+2y-1=0$ بالتالي: $\boxed{(\Delta):\ x+2y=0}$

5	أ)	المستقيم (D) موجه بـ $\vec{u}(-2;1)$ و (L) موجه بـ $\vec{v}(-2m;m-1)$
		$(D)//(L)$ يعني: $\det\left(\vec{u},\vec{v}\right)=0$ يعني: $\begin{vmatrix}-2&1\\-2m&m-1\end{vmatrix}=0$ يعني: $-2(m-1)+2m=0$
		يعني: $-2m+2+2m=0$ يعني: $2=0$ إذن لا توجد أي قيمة لـ m تجعل $(D)//(L)$.

	ب)	$H\in(L)$ تعني: $(m-1)x_H+2my_H+3-2m=0$ تعني: $-(m-1)+m+3-2m=0$ تعني: $-m+1-m+3=0$ تعني: $-2m=-4$ تعني: $\boxed{m=2}$