

Đề chính thức

(Đề thi gồm 01 trang)

Môn : TOÁN*Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề***Câu 1 (2,0 điểm)** Cho hàm số $y = \frac{2x-m-1}{x-2}$ (1).

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1) khi $m = 1$.
- Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp điểm có tung độ $y = 3$.
- Tìm các giá trị $m \neq 3$ để hàm số (1) đồng biến trên các khoảng xác định của nó.

Câu 2 (1,0 điểm)

a. Cho $\sin(\pi + \alpha) = -\frac{1}{3}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\tan\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$.

b. Giải bất phương trình $8.3^{\sqrt{x-x}} + 9^{\sqrt{x-x+1}} \geq 1$ ($x \in \mathbb{R}$).

Câu 3 (1,0 điểm) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{e^x + 1}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = \ln 3, x = \ln 8$.**Câu 4 (1,0 điểm)** Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và $AC' = 2a$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , E là giao điểm của $A'C$ và OC' . Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (EBD).**Câu 5 (1,0 điểm)** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác nhọn ABC , gọi E, F lần lượt là hình chiếu của các đỉnh B, C lên các cạnh AC, AB . Các đường thẳng BC và EF lần lượt có phương trình là $BC: x - 4y - 12 = 0$, $EF: 8x + 49y - 6 = 0$, trung điểm I của EF nằm trên đường thẳng $\Delta: x - 12y = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết $BC = 2\sqrt{17}$ và đỉnh B có hoành độ âm.**Câu 6 (1,0 điểm)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 0)$, $B(-5; -3; 1)$, $C(-2; -3; 4)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

- Chứng minh tam giác ABC đều. Tính diện tích tam giác ABC .
- Tìm tọa độ điểm D thuộc đường thẳng Δ sao cho thể tích tứ diện $D.ABC$ bằng 3.

Câu 7 (1,0 điểm)

a. Giải phương trình

$$\sqrt{3x+2} + \sqrt{2x+1} = x+1 \quad (x \in \mathbb{R}).$$

b. Từ tập $E = \{1; 2; 3; 4; 5\}$, lập các số tự nhiên có ba chữ số. Lấy ngẫu nhiên hai số trong các số vừa lập. Tính xác suất để trong hai số được lấy ra có ít nhất một số có đúng hai chữ số phân biệt.

Câu 8 (1,0 điểm) Tìm số phức z biết

$$(z+3-i)^2 - 6(z+3-i) + 13 = 0.$$

Câu 9 (1,0 điểm) Cho $a, b, c \geq 1$ là các số thực thỏa mãn $a+b+c = 6$. Tìm giá trị lớn nhất của

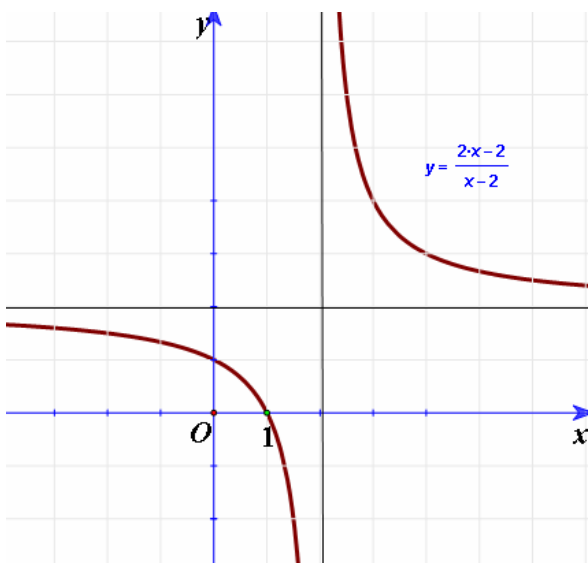
$$P = (a^2 + 2)(b^2 + 2)(c^2 + 2).$$

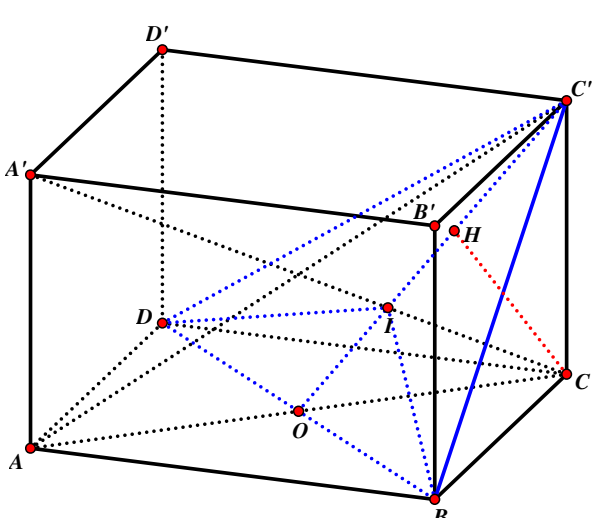
----- Hết -----

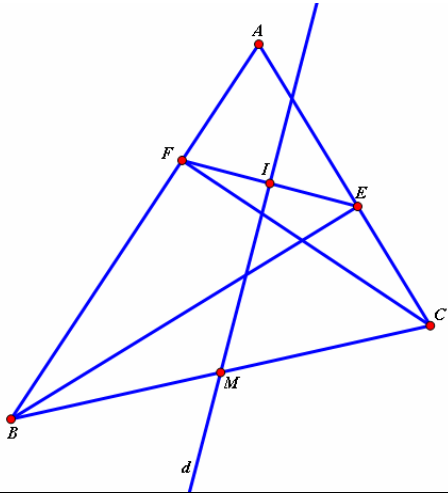
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh.....; Số báo danh.....

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Câu	Đáp án	Điểm												
1 (2,0 điểm)	a. (1,0 điểm) $y = \frac{2x-2}{x-2}$													
	* Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. * Sự biến thiên: Đạo hàm $y' = \frac{-2}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2); (2; +\infty)$.	0.25												
	Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$, nên đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C_1) . $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$, nên đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C_1) .	0.25												
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td> </td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td> </td><td>2</td></tr></table>	x	$-\infty$	2	$+\infty$	y'	-		-	y	2		2	0.25
	x	$-\infty$	2	$+\infty$										
	y'	-		-										
y	2		2											
* Đồ thị: Đồ thị hàm số nhận giao điểm của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng. Điểm đặc biệt <table><tr><td>x</td><td>-2</td><td>0</td><td>1</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>3/2</td><td>1</td><td>0</td><td>4</td><td>3</td></tr></table> 	x	-2	0	1	3	4	y	3/2	1	0	4	3	0.25	
x	-2	0	1	3	4									
y	3/2	1	0	4	3									
b. (0,5 điểm)														
	Ta có $y = 3 \Rightarrow x = 4; y'(4) = -\frac{1}{2}$	0.25												
	Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(4;3)$:	0.25												

	$y = -\frac{1}{2}(x-4) + 3 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + 5$	
	c. (0,5 điểm)	
	Ta có $y' = \frac{-3+m}{(x-2)^2}$, tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.	0.25
	Với $m \neq 3$, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' > 0, \forall x \neq 2 \Leftrightarrow m > 3$.	0.25
2 (1,0 điểm)	a. (0,5 điểm)	
	Ta có $\sin(\pi + \alpha) = -\frac{1}{3} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{3}$.	0.25
	Do $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.	
	$\tan\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\left(3\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = -2\sqrt{2}$.	0.25
	b. (0,5 điểm)	
	Điều kiện: $x \geq 0$ Bất phương trình tương đương với $8 \cdot 3^{\sqrt{x}-x} + 9 \cdot (3^{\sqrt{x}-x})^2 - 1 \geq 0$.	0.25
	Đặt $t = 3^{\sqrt{x}-x}, t > 0$, ta có $9t^2 + 8t - 1 \geq 0 \Leftrightarrow t \leq -1$ (loại) hoặc $t \geq \frac{1}{9}$.	
	Do vậy $3^{\sqrt{x}-x} \geq \frac{1}{9} \Leftrightarrow \sqrt{x} - x \geq -2 \Leftrightarrow -x + \sqrt{x} + 2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq \sqrt{x} \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 4$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $T = [0; 4]$.	0.25
3 (1,0 điểm)	Diện tích hình phẳng cần tìm là: $S = \int_{\ln 3}^{\ln 8} \sqrt{e^x + 1} dx = \int_{\ln 3}^{\ln 8} \sqrt{e^x + 1} dx$.	0.25
	Đặt $t = \sqrt{e^x + 1} \Rightarrow e^x = t^2 - 1 \Rightarrow e^x dx = 2t dt \Rightarrow dx = \frac{2t}{t^2 - 1} dt$ Đổi cận: $x = \ln 3 \Rightarrow t = 2, x = \ln 8 \Rightarrow t = 3$	0.25
	Khi đó $S = \int_2^3 \frac{2t^2}{t^2 - 1} dt = \int_2^3 \left(2 + \frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1}\right) dt$	0.25
	$= 2t \Big _2^3 + \ln \left \frac{t-1}{t+1} \right \Big _2^3 = 2 + \ln \frac{3}{2}$	0.25
4 (1,0 điểm)	<p>ΔABD có $AB = AD = a, \widehat{BAD} = 60^\circ$ nên ΔABD đều, suy ra $AO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AC = a\sqrt{3}$; $CC' = a$..</p> 	0.25

	$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}. \text{ Do vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = CC' \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}.$	0.25
	<p>Vẽ $CH \perp OC' (H \in OC')$ (1)</p> <p>Ta có $\left. \begin{matrix} BD \perp OC \\ BD \perp CC' \end{matrix} \right\} \Rightarrow BD \perp (OCC') \Rightarrow BD \perp CH$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) ta có $CH \perp (IBD)$ nên $d(C, (IBD)) = CH$.</p>	0.25
	<p>AC cắt (IBD) tại O và O là trung điểm của AC.</p> <p>Do vậy $d(A, (IBD)) = d(C, (IBD)) = CH$</p> $= \frac{CC' \cdot OC}{\sqrt{CC'^2 + OC^2}} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + \frac{3a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$	0.25
5 (1,0 điểm)	<p>Vì I thuộc Δ nên $I(12m; m)$, mà I thuộc EF nên ta có $m = \frac{6}{145}$, suy ra</p> $I\left(\frac{72}{145}; \frac{6}{145}\right)$ <p>Gọi d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với EF, ta có $d: 49x - 8y - 24 = 0$</p> <p>Đường thẳng d cắt BC tại trung điểm M của BC, do vậy $M(0; -3)$.</p> 	0.25
	<p>Ta có $BM = \sqrt{17}, B(4b+12; b), BM = \sqrt{(4b+12)^2 + (b+3)^2}$ nên ta có phương trình</p> $(4b+12)^2 + (b+3)^2 = 17 \Leftrightarrow 17b^2 + 102b + 136 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \Rightarrow B(4; -2) \\ b = -4 \Rightarrow B(-4; -4) \end{cases}$ <p>Chọn $B(-4; -4) \Rightarrow C(4; -2)$.</p>	0.25
	<p>Lấy $E\left(e; \frac{6-8e}{49}\right)$, ta có $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{EC} = 0$, do vậy $E\left(\frac{16}{5}; -\frac{2}{5}\right)$ và $F\left(-\frac{64}{29}; \frac{14}{29}\right)$ hoặc $F\left(\frac{16}{5}; -\frac{2}{5}\right)$ và $E\left(-\frac{64}{29}; \frac{14}{29}\right)$.</p> <p>+ Với $E\left(\frac{16}{5}; -\frac{2}{5}\right)$ và $F\left(-\frac{64}{29}; \frac{14}{29}\right)$. Ta có $BE: x - 2y - 4 = 0, CF: 2x + 5y + 2 = 0$, suy ra $A\left(\frac{16}{9}; -\frac{10}{9}\right)$ (loại vì $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} < 0 \Rightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) < 0 \Rightarrow \hat{A} > 90^\circ$).</p>	0.25
	<p>+ Với $E\left(-\frac{64}{29}; \frac{14}{29}\right)$ và $F\left(\frac{16}{5}; -\frac{2}{5}\right)$. Ta có $BE: 5x - 2y + 12 = 0, CF: 2x + y - 6 = 0$, suy ra $A(0; 6)$ (thỏa mãn).</p> <p>Vậy $A(0; 6), B(-4; -4), C(4; -2)$.</p>	0.25

6 (1,0 điểm)	a. (0,5 điểm)	
	Ta có $AB = BC = AC = 3\sqrt{2}$ nên tam giác ABC đều.	0.25
	Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{(3\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$.	0.25
	b. (0,5 điểm)	
	Ta có $V_{D.ABC} = \frac{1}{3}d(D, (ABC)).S_{ABC} = 3 \Rightarrow d(D, (ABC)) = \frac{3V}{S} = \frac{2}{\sqrt{3}}$. $\overrightarrow{AB} = (-4; -1; 1), \overrightarrow{AC} = (-1; -1; 4) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-3; 15; 3)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $x - 5y - z - 9 = 0$. Vì $D \in \Delta$ nên $D(-1+t; t; 2-t)$. $d(D, (ABC)) = \frac{2}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{ -1+t-5t-2+t-9 }{3\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 3t+12 = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = -6 \end{cases}$ Vậy có hai điểm D thỏa mãn điều kiện bài toán: $D(-3; -2; 4)$ hoặc $D(-6; -7; 8)$.	0.25
7 (1,0 điểm)	a. (0,5 điểm)	
	Điều kiện $x \geq -\frac{1}{2}$. Với điều kiện đó, ta có $\sqrt{3x+2} + \sqrt{2x+1} = x+1$ $\Leftrightarrow \sqrt{3x+2} + \sqrt{2x+1} = (\sqrt{3x+2} + \sqrt{2x+1})(\sqrt{3x+2} - \sqrt{2x+1})$ $\Leftrightarrow (\sqrt{3x+2} + \sqrt{2x+1})(\sqrt{3x+2} - \sqrt{2x+1} - 1) = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{3x+2} - \sqrt{2x+1} = 1$ (do $\sqrt{3x+2} + \sqrt{2x+1} > 0$) $\Leftrightarrow \sqrt{3x+2} = \sqrt{2x+1} + 1$ $\Leftrightarrow 3x+2 = 2x+1+1+2\sqrt{2x+1}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 8x - 4 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow x = 4 + 2\sqrt{5}$ (thỏa mãn điều kiện) Vậy phương trình có nghiệm là $x = 4 + 2\sqrt{5}$.	0.25
	b. (0,5 điểm)	
	Từ tập hợp $E = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ ta có thể lập được $5^3 = 125$ số có 3 chữ số. Chọn 2 số từ 125 số ở trên có C_{125}^2 cách.	0.25
8 (1,0 điểm)	Gọi A là biến cố: « Hai số được chọn có ít nhất một số có đúng hai chữ số phân biệt ». Trong 125 số trên có $C_5^2 \cdot 6 = 60$ số có ba chữ số trong đó có đúng hai chữ số phân biệt. Do vậy $n(\Omega_A) = 60 \cdot 65 + C_{60}^2$. Vậy xác suất cần tìm là: $P = \frac{60 \cdot 65 + C_{60}^2}{C_{125}^2} = \frac{567}{775} \approx 0,73$.	0.25
	Đặt $t = z + 3 - i$, phương trình trở thành: $t^2 - 6t + 13 = 0$.	0.25
	Ta có $\Delta' = -4 = 4i^2$, Δ' có hai căn bậc hai là $\pm 2i$	0.25
	Phương trình trên có hai nghiệm phức là $t = 3 - 2i$ hoặc $t = 3 + 2i$.	0.25
	Do vậy $z + 3 - i = 3 - 2i$ hoặc $z + 3 - i = 3 + 2i$ Vậy $z = -i$ hoặc $z = 3i$.	0.25

<p>9 (1,0 điểm)</p>	<p>Không mất tổng quát có thể giả sử $a \geq b \geq c$. Suy ra $6 = a + b + c \geq c + c + c$ suy ra $c \leq 2$; $a + b \geq 4$</p> <p>Ta chứng minh bất đẳng thức $(a^2 + 2)(b^2 + 2) \leq \left(\left(\frac{a+b}{2} \right)^2 + 2 \right)^2$</p>	<p>0.25</p>
	<p>Thật vậy, bất đẳng thức tương đương với</p> $a^2b^2 + 2a^2 + 2b^2 \leq \frac{(a+b)^4}{16} + (a+b)^2 \Leftrightarrow 16(a-b)^2 \leq (a+b)^4 - 16a^2b^2$ $\Leftrightarrow 16(a-b)^2 \leq (a^2 - b^2)^2 + 4ab(a-b)^2$ $\Leftrightarrow 16(a-b)^2 \leq (a-b)^2 \left[(a+b)^2 + 4ab \right]$ <p>Bất đẳng thức cuối cùng đúng bởi vì $(a+b)^2 \geq 4^2 = 16$.</p>	<p>0.25</p>
	<p>Đặt $x = \frac{a+b}{2}$ ta có</p> $(a^2 + 2)(b^2 + 2)(c^2 + 2) \leq (x^2 + 2)^2 (c^2 + 2) = (x^2 + 2)^2 ((6-2x)^2 + 2)$ <p>Vì $c \geq 1$ nên ta có $2x + c = 6 \Rightarrow x \leq \frac{5}{2}$.</p> <p>Hơn nữa $2x = a + b \geq 4$ nên ta có $x \in \left[2; \frac{5}{2} \right]$.</p> <p>Ta cần tìm giá trị lớn nhất của</p> $f(x) = (x^2 + 2)^2 \left[(6-2x)^2 + 2 \right] = 4x^6 - 24x^5 + 54x^4 - 96x^3 + 168x^2 - 96x + 152$ <p>trên $\left[2; \frac{5}{2} \right]$.</p>	<p>0.25</p>
	<p>$f'(x) = 12(x^2 + 2)(x-2)(x^2 - 3x + 1)$, và $f'(x) < 0, \forall x \in \left(2; \frac{5}{2} \right)$.</p> <p>Nhưng $f(2) = 216$ nên $f(x)$ đạt GTLN bằng 216, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = 2$.</p> <p>Vậy ta có $(a^2 + 2)(b^2 + 2)(c^2 + 2) \leq 216$, hay P đạt GTLN bằng 216, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 2$.</p>	<p>0.25</p>

Ghi chú: Nếu học sinh làm cách khác đáp án và đúng thì vẫn được điểm tối đa.

-----**Hết**-----

Cảm ơn bạn điều vy <tathidieuvy@gmail.com> đã gửi tới www.laisac.page.tl