

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES
A NUEVO INGRESO



CURSO DE FISICA
TEMA 19: Elasticidad.

CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

Contenido

OBJETIVOS	3
OBJETIVO GENERAL.....	3
OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	3
10.1 PROPIEDADES ELÁSTICAS DE LA MATERIA.	4
ESFUERZO DE Tensión.	5
ESFUERZO DE COMPRESIÓN:.....	6
ESFUERZO CORTANTE:	6
10.2 MÓDULO DE YOUNG	7
10.3 MÓDULO DE CORTE	8
10.4 MODULO DE ELASTICIDAD VOLUMETRICO.	10
10.5 EJEMPLOS	11

CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Que el estudiante:

Comprenda la importancia de las propiedades mecánicas de los materiales a través de los diferentes módulos de elasticidad.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Que el estudiante:

- 1) Defina elasticidad, límite elástico de un material, esfuerzo, deformación y límite de ruptura de un material.
- 2) Definirá operacionalmente el módulo de Young, el módulo de corte y el módulo de elasticidad volumétrico.
- 3) Aplicará los diferentes módulos de elasticidad a la solución de problemas.
- 4) Calculará el módulo de Young, el módulo de corte y el módulo de elasticidad volumétrico para materiales de interés.

CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

Hasta ahora se ha considerado que los cuerpos son sólidos y además rígidos. Sin embargo sabemos que los alambres se alargan, que las llantas de automóvil se deforman y que los pernos de algunas estructuras metálicas se rompen en algunas ocasiones. Por todo lo anterior se hace necesario estudiar las propiedades mecánicas de los materiales y así poder comprender cómo y por qué ocurren las deformaciones en los objetos.

10.1 PROPIEDADES ELÁSTICAS DE LA MATERIA.

Las fuerzas que actúan sobre un cuerpo sólido pueden estirarlo, doblarlo, comprimirlo o romperlo, es decir, deformarlo.

Cuando la suma vectorial de las fuerzas aplicadas a un cuerpo es cero, el objeto está en equilibrio de traslación, pero este se deforma por efecto de las fuerzas aplicadas.

Si un objeto se comprime de tal forma que al cesar la acción de la fuerza o fuerzas recupera su tamaño y forma originales se dice que es un material elástico. Por el contrario, si al desaparecer las fuerzas, el objeto no recupera sus características originales, se dice que el material es inelástico.

Un cuerpo es elástico si recupera su tamaño y forma originales cuando deja de actuar sobre él la fuerza deformante. Considere un resorte de longitud " ℓ " tal como se muestra en la fig. 1. Para estudiar su elasticidad se colocan pesas en forma sucesiva y se observa el incremento en su longitud.

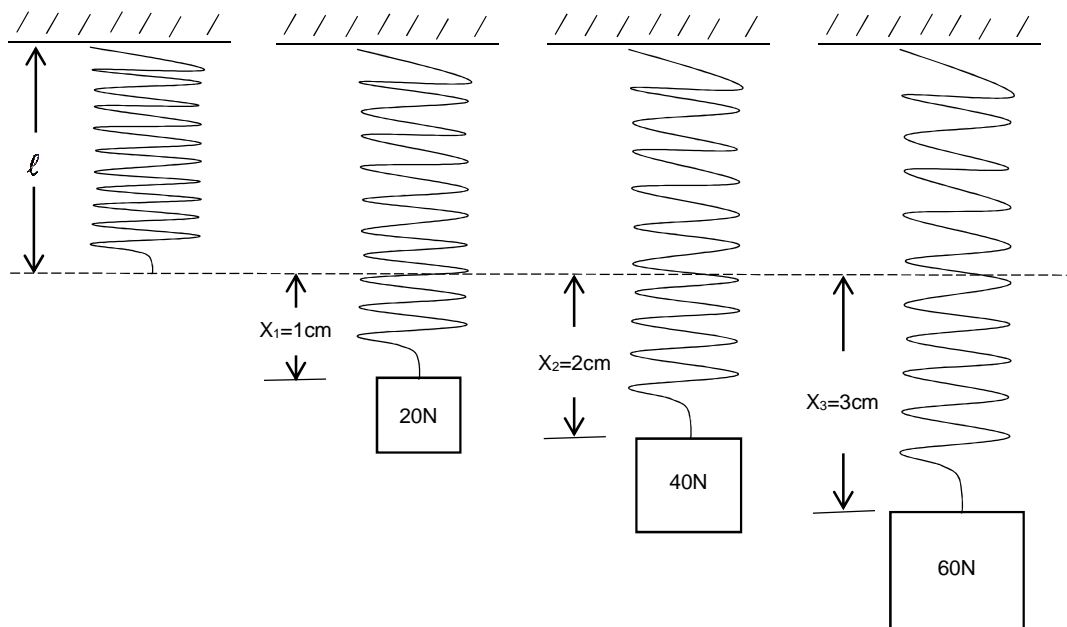


fig. 1. Deformación de un resorte.
Es evidente que la fuerza $F \propto X$

CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

Los datos obtenidos son:

F(N)	X(m)
20	0.01
40	0.02
60	0.03

Robert Hooke, descubrió que cuando una fuerza F actúa sobre un material elástico, para nuestro caso un resorte, produce sobre un alargamiento o deformación X que es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza. La ley de Hooke expresa que:

$$F \propto X$$
$$F = KX$$

La constante de proporcionalidad (K) varía de acuerdo con el tipo de material y recibe el nombre de constante elástica. En base a la tabla de datos:

$$K = \frac{F}{X} = \frac{20N}{0.01m} = \frac{40N}{0.02m} = \frac{60N}{0.03m}$$
$$K = 2000 \frac{N}{m} ; \text{ es decir "20N por 1cm"}$$

La ley de Hooke, se aplica para estudiar la deformación de todos los cuerpos elásticos.

Para aplicar la ley de Hooke de un modo más amplio, definimos los términos ESFUERZO Y DEFORMACIÓN, siendo el esfuerzo la causa y la deformación el efecto.

Existen tres tipos de esfuerzo y su correspondiente deformación.

ESFUERZO DE Tensión.

Se presenta cuando fuerzas iguales y opuestas se apartan entre sí; tal como se muestra en la fig. 2a.

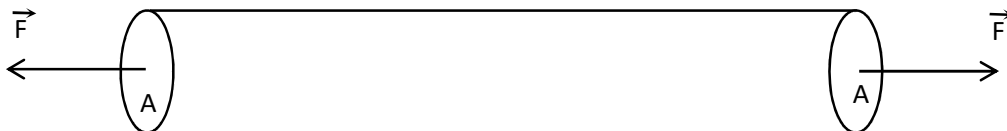


fig. 2a. Muestra la fuerza de tensión actuando en el área A. La razón entre F y A define el esfuerzo de tensión.

CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

ESFUERZO DE COMPRESIÓN:

Se presenta cuando fuerzas iguales y opuestas se acercan entre sí, tal como se muestra en la fig. 2b.



fig. 2b. Muestra la fuerza de compresión actuando en el área A. La razón entre F y A define el esfuerzo de compresión.

ESFUERZO CORTANTE:

Ocorre cuando fuerzas iguales y opuestas no teniendo la misma línea de acción, actúan en un área, tal como se muestra en la fig. 2c.

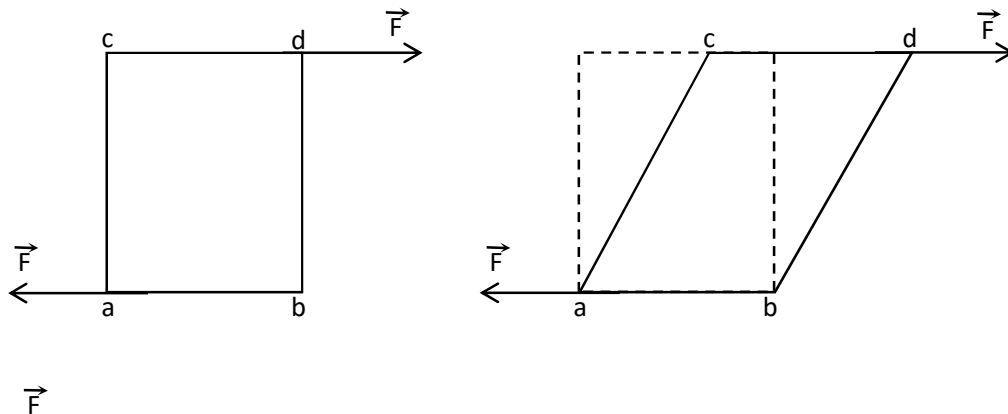


fig. 2c. Muestra las fuerzas cortantes actuando en el área A. La razón entre F y A define el esfuerzo cortante.

La eficacia de cualquier fuerza que produce un esfuerzo depende del área sobre la que se distribuye la fuerza.

Se define el esfuerzo como la razón de una fuerza aplicada entre el área sobre la que actúa. En el SI se expresa el esfuerzo en N/m^2 .

Se define la deformación como el cambio relativo en las dimensiones o forma de un cuerpo debido al esfuerzo que se le aplica.

CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

En el caso de un esfuerzo de tensión o de compresión, la deformación puede considerarse como un cambio en la longitud ($\Delta\ell$) por unidad de longitud (ℓ). Un esfuerzo cortante altera la forma de un cuerpo sin cambiar sus dimensiones. Por lo general el esfuerzo cortante se mide en función de un desplazamiento.

El límite elástico de todo material se considera el esfuerzo máximo que puede sufrir un cuerpo sin que se deforme en forma permanente. El mayor esfuerzo al que se somete un cuerpo sin que se rompa recibe el nombre de resistencia límite del material.

Si no se excede el límite elástico de un material se cumple la ley de Hooke. Experimentalmente se ha comprobado que el esfuerzo es directamente proporcional a la deformación. La ley de Hooke aplicada a los materiales elásticos establece que:

“Siempre que no se exceda el límite elástico de un material, la deformación es directamente proporcional al esfuerzo”

La constante de proporcionalidad de esta relación se denomina MÓDULO DE ELASTICIDAD. Es decir

ESFUERZO \propto DEFORMACIÓN

$$\text{MÓDULO DE ELASTICIDAD} = \frac{\text{ESFUERZO}}{\text{DEFORMACIÓN}}$$

10.2 MÓDULO DE YOUNG

El módulo de Young se representa con la letra Y y se utiliza para esfuerzos y deformaciones lineales aplicados a alambres, varillas o barras.

Se define:

$$Y = \frac{\text{ESFUERZO LONGITUDINAL}}{\text{DEFORMACIÓN LONGITUDINAL}}$$

$$Y = \frac{F/A}{\Delta\ell/\ell}$$

$\Delta\ell/\ell$ Es una cantidad adimensional, es decir sin unidades. F/A se expresa en N/m² en el SI.

$$1\text{N/m}^2 = 1 \text{ Pascal} = 1 \text{ Pa}$$

CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

Otra forma de expresar:

$$Y = \frac{F\ell}{A\Delta\ell}$$

La expresión del módulo de Young, se aplica ya sea que se trate de un objeto sometido a presión o compresión.

La siguiente tabla muestra los valores del módulo de Young en unidades SI para materiales importantes.

MATERIAL	Y(MPa)
ACERO	207000
COBRE	117000
HIERRO	89600
LATON	89600
ALUMINIO	68900

1 MPa = 1 megapascal = 10^6 Pa

Tabla 1. Algunos valores de Módulo de Young

10.3 MÓDULO DE CORTE

Un esfuerzo cortante altera únicamente la formación del cuerpo, sin que cambie su volumen.

Consideremos un cuerpo de forma cúbica tal como se muestra en la fig. 3, al que se le aplican fuerzas paralelas no concurrentes las que provocan que cada copa deslice la siguiente, en forma parecida a lo que le ocurre a las hojas de una resma de papel sometidas a un esfuerzo similar.

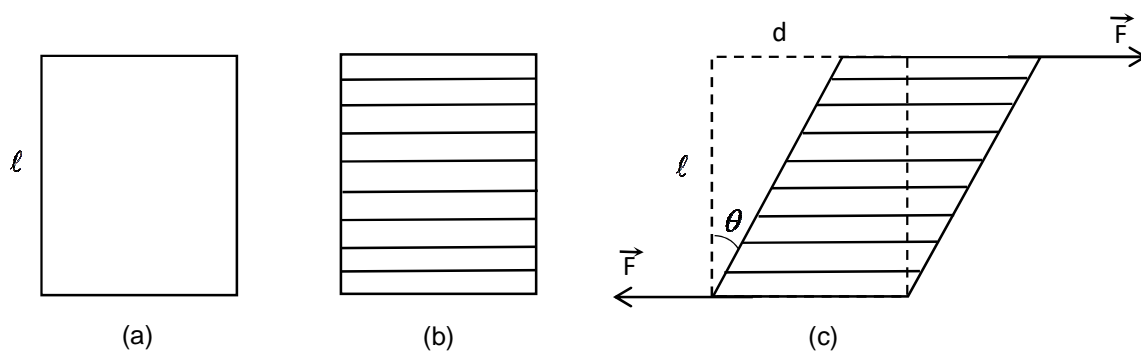


fig. 3. En a) se muestra el cubo de lado ℓ , en b) el cubo se modela mediante un conjunto de láminas rectangulares de área A donde se aplican las fuerzas y en c) se muestra el esfuerzo cortante (F/A) y la deformación cortante dada por el ángulo θ .

CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

Se define el módulo de corte “s” así:

$$s = \frac{\text{esfuerzo cortante}}{\text{deformacion cortante}}$$

Donde el esfuerzo cortante es la relación de la fuerza tangencial F entre el área A sobre la que se aplica. Por su parte la deformación cortante se define como el ángulo ϕ en radianes, que se conoce como Angulo de corte. Si sustituimos entonces se expresa así:

$$s = \frac{F/A}{\phi}$$

ϕ por lo general es un Angulo tan pequeño que matemáticamente se puede expresar que:

$$\phi \cong \tan \phi$$

$$s = \frac{F/A}{\tan \phi}$$

De la fig 3c, se puede observar que $\tan \phi = d/\ell$, substituyendo en la expresión anterior:

$$s = \frac{F/A}{d/\ell} = \frac{F\ell}{dA}$$

El valor de s da información sobre la rigidez de un cuerpo, por eso se le conoce como módulo de rigidez. La siguiente tabla muestra los valores de s en el sistema SI para materiales importantes.

MATERIAL	S(MPa)
ACERO	82700
HIERRO	68900
COBRE	42300
LATON	35300
ALUMINIO	23700

$$1MPa = 10^6 Pa$$

tabla 2. algunos valores de modulo de corte

CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

10.4 MODULO DE ELASTICIDAD VOLUMETRICO.

Este módulo se relaciona con los cambios en el volumen tanto en sólidos como en líquidos.

Considere el cubo mostrado en la fig. 4 en el cual las fuerzas se aplican uniformemente sobre su superficie.

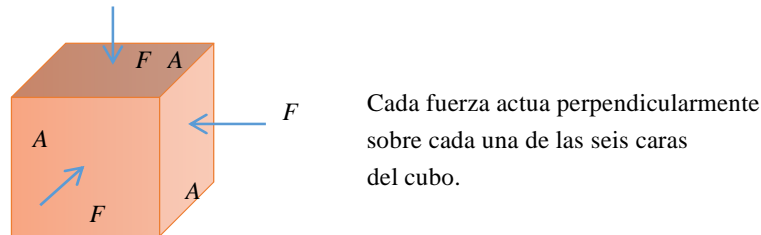


fig. 4 se muestran los esfuerzos de compresión sobre el cubo.

Sea V el volumen inicial del cubo y A , el área de cada cara; (F/A) represente el esfuerzo de compresión que provoca una disminución en el volumen ($-\Delta V$) al aplicar la ley de Hooke, definimos el módulo de elasticidad de volumen o modulo volumétrico B de la siguiente forma:

$$B = \frac{\text{ESFUERZO DE VOLUMEN}}{\text{DEFORMACION DE VOLUMEN}}$$
$$B = \frac{F/A}{-\Delta V/V} = -\frac{F/A}{\Delta V/V}$$

Cuando se trabaja con líquidos, es conveniente representar el esfuerzo como la presión P , que se define como la fuerza por unidad de área (F/A) . Se puede escribir también.

$$B = \frac{P}{-\Delta V/V} = -\frac{P}{\Delta V/V}$$

La tabla 3 muestra valores de módulo de volumen para líquidos.

MATERIAL	B(MPa)
MERCURIO	27000
AGUA	2100
ACEITE	1700
ALCOHOL ETILICO	1100
BENCENO	1050

CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

$$1MPa = 10^6 Pa$$

tabla 3. algunos valores de modulo de volumetrico
para liquidos importantes.

Al valor del reciproco de B llama compresibilidad y se representa por K.

$$K = \frac{1}{B}$$
$$K = \frac{1}{-\frac{\Delta V}{V} / \frac{\Delta P}{P}}$$
$$K = -\left(\frac{1}{P}\right) \frac{\Delta V}{\Delta P}$$

K expresa el cambio fraccional en volumen por unidad de incremento en la presión.

10.5 EJEMPLOS

EJEMPLO 1.

Una fibra de vidrio de diamante $8.8 \mu m$ se somete a una fuerza de 88.2 mN. Calcular el esfuerzo de tensión producido en la fibra.

Solución :

$$D = 8.8 \mu m = 8.8 \times 10^{-6} m$$

$$F = 88.2 mN = 88.2 \times 10^{-3} N = 0.0882 N$$

$$\frac{F}{A} = \frac{F}{\pi D^2 / 4} = \frac{4F}{\pi D^2} = \frac{4(0.0882 N)}{\pi (8.8 \times 10^{-6} m)^2}$$

$$\frac{F}{A} = 1.45 \times 10^9 N/m^2 = 1.45 \times 10^9 Pa$$

Tambien se puede expresar asi:

$$\frac{F}{A} = (1.45 \times 10^3) \times 10^6 Pa$$

$$\frac{F}{A} = 1450 MPa.$$

CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

EJEMPLO 2.

Una barra de 40cm de longitud se somete a tensión mediante la aplicación de una fuerza de 800N. Se observa que la longitud final es de 40.4 cm calcular el valor de la constante de elasticidad.

Solución :

$$\ell_0 = 40cm = 0.40m$$

$$\ell = 40.4cm = 0.404m$$

$$F = 800N$$

Aplicando la ley de Hooke:

$$F = kX$$

$$F = k\Delta\ell$$

$$k = \frac{F}{\Delta\ell} = \frac{F}{\ell - \ell_0} = \frac{800N}{0.004m}$$

$$k = 200000 \text{ N/m}$$

$$k = 2 \times 10^5 \text{ N/m}$$

$$k = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

EJEMPLO 3.

Una barra se encuentra sometida a una fuerza de 400N y experimenta una deformación de 3.0cm. Posteriormente la barra se somete a una fuerza de 900N. calcular la deformación que sufre la barra si esta se comporta de acuerdo a la ley de Hooke.

Solución :

$$F = kX$$

$$k = \frac{F}{X} = \frac{400N}{0.03m} = 13333.33 \text{ N/m}$$

$$X = \frac{F}{k} = \frac{900N}{13333.33 \text{ N/m}}$$

$$X = 0.0675m$$

$$X = 6.75cm$$

CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

EJEMPLO 4.

Hallar la presión en N/m^2 necesaria para disminuir el volumen de una muestra de agua en 5%. El valor del módulo B para el agua es $2100MPa$, según tabla 3.

Solución:

$$B = \frac{F/A}{-\Delta V/V} = -\frac{P}{\Delta V/V} \Rightarrow P = -B(\Delta V/V)$$

$$P = -2100 \times 10^6 \left(-\frac{5}{100} \right)$$

$$P = 2.1 \times 10^9 (0.05)$$

$$P = 1.05 \times 10^8 N/m^2$$

EJEMPLO 5.

Un cubo de metal de 0.07622m de lado se somete a una fuerza de deformación de 80181.8N. Si la somete a una fuerza deformadora de 80181.8N. si la parte superior del cubo se desplaza una cantidad con respecto a la base, hallar:

- a) El esfuerzo cortante.
- b) La deformación cortante.
- c) El módulo de corte o rigidez.

Solución:

$$a) F/A = \frac{80181.8N}{(0.07622m)^2} \cong 1.38 \times 10^7 N/m^2$$

$$b) \tan \phi = \tan(5 \times 10^{-4}) = 5.00 \times 10^{-4}$$

$$c) S = \frac{F/A}{\tan \phi} = \frac{1.38 \times 10^7 N/m^2}{5.00 \times 10^{-4}} = 2.76 \times 10^{10} N/m^2$$

CURSO DE REFUERZO PARA ASPIRANTES A NUEVO INGRESO

EJEMPLO 6.

Un alambre para teléfono de 100m de largo y 2.0 mm de diámetro se estira debido a una fuerza de 300N a lo largo del alambre.

- ¿Cuál es la fuerza longitudinal?
- Si la longitud después de ser estirado es de 100.10 m ¿Cuál es la deformación longitudinal?
- Determine el módulo de Young para el alambre.

Solución :

$$a) \text{ ESFUERZO} = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi D^2}$$

$$\text{ESFUERZO} = \frac{4(300N)}{\pi(2.0 \times 10^{-3}m)^2} \cong 95.5 \times 10^6 Pa$$

$$\text{ESFUERZO} \cong 95.5 MPa$$

$$b) \Delta \ell = 100.10 - 100.00 = 0.10m$$

$$\text{DEFORMACIÓN} = \frac{\Delta \ell}{\ell} = \frac{0.10m}{100m} = 1 \times 10^{-3}$$

$$c) Y = \frac{\text{ESFUERZO}}{\text{DEFORMACIÓN}} = \frac{95.5 \times 10^6 N/m^2}{1 \times 10^{-3}}$$

$$Y = 9.55 \times 10^{10} N/m^2$$

$$Y = 9.55 \times 10^4 \left(10^6 N/m^2 \right)$$

$$Y = 95500 MPa$$