أولاً: محصلة قوتين متلاقيتين فى نقطة

(١) قوتان مقدارهما ٣ ، ٣√٢ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية، وقياس الزاوية بين إتجاهيهما ٤٥ . أوجد مقدار محصلتهما وقياس زاوية ميلها على القوة الأولى .

الحل

∵ ح = √(ق١² + ق٢² + ٢ ق١ ق٢ جتا)

ح = √((٣)² + (٣√٢)² + ٢ × ٣ × ٣√٢ جتا ٤٥) = ٣√٥ نيوتن

ظا هـ = ق٢ جا / (ق١ + ق٢ جتا) = ٣√٢ جا ٤٥ / (٣ + ٣√٢ جتا ٤٥) = ١/٢

∴ هـ = ٥٤° ٣٣َ ٢٦ً

****

(٢) قوتان مقدارهما ١٠ ، ٦ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية، وقياس الزاوية بين إتجاهيهما ٦٠ . أوجد مقدار محصلتهما وقياس زاوية ميلها على القوة الأولى .

****

(٣) قوتان مقدارهما ق ، ٤ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية، وقياس الزاوية بينهما ١٢٠ فإذا كان مقدار محصلتهما يساوى ٤√٣ نيوتن فأوجد مقدار ق وقياس الزاوية التى تصنعها المحصلة مع ق

الحل

∵ ح² = ق١² + ق٢² + ٢ ق١ ق٢ جتا

∴ ٤٨ = ق² + ١٦ + ٢ × ق × ٤ جتا ١٢٠

∴ ٤٨ = ق² + ١٦ − ٤ق ∴ ق² − ٤ق − ٣٢ = ٠

∴ (ق − ٨) (ق + ٤) = ٠ ∴ ق = ٨ ∴ ق = −٤ مرفوض

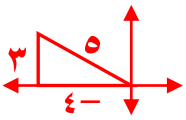
∴ ظا هـ = ق٢ جا / (ق١ + ق٢ جتا) = ٤ جا ١٢٠ / (٨ + ٤ جتا ١٢٠) = √٣ / ٣

∴ هـ = ٣٠

****

(٤) قوتان مقدارهما ١٢ ، ١٥ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية ، وجيب تمام الزاوية بينهما يساوى −٤/٥ أوجد مقدار محصلتهما وقياس زاوية ميلها على القوة الأولى.

الحل



∴ جتا ى = −٤/٥ ، جا ى = ٣/٥

∵ ح = √(ق١² + ق٢² + ٢ ق١ ق٢ جتا)

ح = √((١٢)² + (١٥)² + ٢ × ١٢ × ١٥ × −٤/٥) = ٩ نيوتن

ظا هـ = ق٢ جا / (ق١ + ق٢ جتا) = ١٥ × ٣/٥ / (١٢ + ١٥ × −٤/٥) = غير معرف

∴ هـ = ٩٠

****

(٥) قوتان مقدارهما ق ، ٢ق ث.كجم تؤثران فى نقطة ما. إذا ضُوعِفَ مقدار الثانية وزيد مقدار الأولى ١٥ث.كجم لا يتغير إتجاه محصلتها .أوجد مقدار ق

الحل

أولاً القوتان ق ، ٢ق ∴ ظا هـ١ = ٢ق جا / (ق + ٢ق جتا)

ثانياً القوتان ق + ١٥ ، ٤ق ∴ ظا هـ٢ = ٤ق جا / (ق + ١٥ + ٤ق جتا)

∵ إتجاه المحصلة لا يتغير ∴ ظا هـ١ = ظا هـ٢

∴ ٢ق جا / (ق + ٢ق جتا) = ٤ق جا / (ق + ١٥ + ٤ق جتا)

∴ ٢ق + ٤ق جتا = ق + ١٥ + ٤ق جتا

∴ ٢ق = ق + ١٥ ∴ ٢ق − ق = ١٥ ∴ ق = ١٥ ث.كجم

****

(٦) قوتان مقدارهما ٨ ، ق نيوتن تؤثران فى نقطة مادية و قياس الزاوية بينهما ١٢٠ فإذا كان مقدار محصلتهما ق√٣ نيوتن فأوجد مقدار ق

الحل

∵ ح² = ق١² + ق٢² + ٢ ق١ ق٢ جتا

∴ ٣ق² = ٦٤ + ق² + ٢ × ٨ × ق × جتا ١٢٠

∴ ٣ق² = ٦٤ + ق² − ٨ق ∴ ٣ق² − ٦٤ − ق² + ٨ق = ٠

∴ ٢ق² + ٨ق − ٦٤ = ٠ (÷٢) ∴ ق² + ٤ق − ٣٢ = ٠

∴ (ق − ٤) (ق + ٨) = ٠ ∴ ق = ٤ ∴ ق = −٨ مرفوض

****

(٧) قوتان مقدارهما ١٥ ، ٨ ث .كجم تؤثران فى نقطة مادية ، إذا كان مقدار محصلتهما ١٣ ث.كجم .فأوجد قياس الزاوية بين القوتين

الحل

∵ ح² = ق١² + ق٢² + ٢ ق١ ق٢ جتا

∴ ١٦٩ = ٢٢٥ + ٦٤ + ٢ × ١٥ × ٨ جتا

∴ ٢٤٠ جتا = ١٦٩ − ٢٨٩ ∴ ٢٤٠ جتا = −١٢٠ (÷٢٤٠)

∴ جتا ى = −١/٢ ∴ ى = ١٢٠

****

(٨) قوتان مقدارهما ٣٠ ، ١٦ ث .كجم تؤثران فى نقطة مادية ، إذا كان مقدار محصلتهما ٢٦ث.كجم فأوجد قياس الزاوية بين القوتين

****

(٩) قوتان مقدارهما ق ، ق√٣ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية فإذا كان مقدار محصلتهما ٢ق نيوتن فأوجد قياس الزاوية بين هاتين القوتين

الحل

∵ ح² = ق١² + ق٢² + ٢ ق١ ق٢ جتا

∴ ٤ق² = ق² + ٣ق² + ٢ × ق × ق√٣ جتا

∴ ٢√٣ ق² جتا ى = ٤ق² − ق²

∴ ٢√٣ ق² جتا ى = ٠ (÷٢√٣ ق²) ∴ جتا ى = ٠ ∴ ى = ٩٠

(١٠) قوتان متساويتان مقدار كلا منهما ق نيوتن تؤثران فى نقطة مادية فإذا كان مقدار محصلتهما ٢ق نيوتن فأوجد قياس الزاوية بين هاتين القوتين

الحل

∵ ح² = ق₁² + ق² + ٢ق₁ ق جتا ى

∴ ٤ق² = ق² + ق² + ٢ × ق × ق جتا ى

∴ ٢ ق² جتا ى = ٤ق² − ٢ق² ∴ ٢ ق² جتا ى = ٢ق² (÷ ٢ق²)

∴ جتا ى = ١ ∴ ى = صفر

حل آخر :-

∵ القوتان متساويتان ∴ ح = ٢ق جتا ى/٢

∴ ٢ق = ٢ق جتا ى/٢ (÷ ٢ق) ∴ جتا ى/٢ = ١

∴ ى/٢ = صفر ∴ ى = صفر

****

(١١) حلِّل قوة مقدارها ٦٠ نيوتن إلى قوتين متساويتين فى المقدار و قياس الزاوية بين اتجاهيهما ٦٠

الحل

∵ القوتان متساويتان ∴ ح = ٢ق جتا ى/٢

∴ ٦٠ = ٢ق جتا ٣٠ (÷ ٢ق جتا ٣٠) ∴ ق = ٢٠√٣

حل آخر : نستخدم القانون ح² = ق₁² + ق² + ٢ق₁ ق جتا ى

****

(١٢) قوتان متساويتان مقدار كلٍّ منهما ق ث.كجم تحصران بينهما زاوية قياسها ١٢٠ وإذا تضاعفت القوتان و أصبح قياس الزاوية بينهما ٦٠ زادت محصلتهما بمقدار ١١ ث.كجم عن الحالة الأولى .أوجد مقدار ق

الحل

أولاً ∵ القوتان ق ، ق ∴ ح = ٢ق جتا ى/٢

∴ ح = ٢ق جتا ٦٠ ∴ ح = ق

ثانياً ∵ القوتان ٢ق ، ٢ق ، المحصلة = ح + ١١ = ق + ١١

∴ ق + ١١ = ٢ × ٢ق جتا ٣٠ ∴ ق + ١١ = ٢√٣ق

∴ ٢√٣ق − ق = ١١ ∴ ق (٢√٣ − ١) = ١١

∴ ق = ١١/(٢√٣ − ١) = ٢√٣ + ١ ث.كجم

****

(١٣) قوتان متساويتان فى المقدار ومتلاقيتان فى نقطة ومقدار محصلتهما يساوى ١٢ث.كجم و إذا عكس إتجاه إحداهما فإن مقدار المحصلة يساوى ٦ث.كجم .أوجد مقدار القوتين

الحل

∵ ح² = ق₁² + ق² + ٢ق₁ ق جتا ى

∴ ١٤٤ = ق² + ق² + ٢ × ق × ق جتا ى

∴ ١٤٤ = ٢ ق² + ٢ ق² جتا ى ⇐ (١)

و إذا عكس إتجاه ق₁ فإن قياس الزاوية بين القوتين تصبح (١٨٠ − ى) ، ح = ٦

∴ ٣٦ = ق² + ق² + ٢ × ق × ق جتا (١٨٠ − ى)

∴ ٣٦ = ٢ ق² − ٢ ق² جتا ى ⇐ (٢) بجمع (١)،(٢) ينتج أن

∴ ٤ ق² = ١٨٠ (÷ ٤) ∴ ق² = ٤٥ بأخذ √

∴ ق = ٣√٥

حل آخر :- نستخدم القانون ح = ٢ق جتا ى/٢

****

(١٤) قوتان مقدارهما ٢ ، ق نيوتن و قياس الزاوية بينهما ١٢٠ أوجد ق عندما :

(أ) مقدار المحصلة يساوى ق.

(ب) اتجاه المحصلة عمودى على القوة الثانية.

(ج) المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين

الحل

(أ) ∵ ح = ق ، ∵ ح² = ق₁² + ق² + ٢ق₁ ق جتا ى

∴ ق² = ٤ + ق² + ٢ × ٢ × ق × جتا ١٢٠

٤ − ٢ق = ٠ ∴ ٢ق = ٤ (÷ ٢) ∴ ق = ٢ نيوتن

(ب) اتجاه المحصلة عمودى على القوة الثانية.

∵ ح عمودى على ق ∴ ق + ق₁ جتا ى = ٠

∴ ق + ٢ جتا ١٢٠ = ٠ ∴ ق − ١ = ٠ ∴ ق = ١ نيوتن

(ج) ∵ المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين

∴ القوتان متساويتان ∴ ق = ٢ نيوتن

****

(١٥) قوتان مقدارهما ٤ ، ق نيوتن تؤثران فى نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما ١٢٠ إذا كانت محصلتهما عمودية على القوة الأولى .أوجد مقدار ق.

الحل

∵ ح عمودية على ق₁ ∴ ق₁ + ق جتا ى = ٠

∴ ٤ + ق جتا ١٢٠ = ٠ ∴ ق جتا ١٢٠ = −٤ (÷ جتا ١٢٠)

∴ ق = ٨ نيوتن

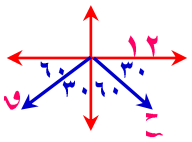
****

(١٦) قوتان مقدرهما ١٢، ق ث.كجم تؤثران فى نقطة . تعمل الأولى فى إتجاه الشرق وتعمل الثانية فى إتجاه ٦٠ جنوب الغرب .أوجد مقدار ق ومقدار المحصلة إذا علم أن خط عمل المحصلة يؤثر فى إتجاه ٣٠ جنوب الشرق

الحل

∵ ق₁/جا ى₁ = ق₂/جا ى₂ = ح/جا (ى₁ + ى₂)

∴ ١٢/جا ٩٠ = ق/جا ٣٠ = ح/جا ١٢٠



ق = ١٢ × جا ٣٠ / جا ٩٠ = ٦ ث.كجم ، ح = ١٢ × جا ٣٠ / جا ١٢٠ = ٤√٣ ث.كجم

****

(١٧) قوتان مقدارهما ٦ ، ق ث كجم تؤثران فى نقطة مادية، و قياس الزاوية بينهما ١٣٥ .أوجد مقدار المحصلة إذا كان خط عمل المحصلة يميل بزاوية قياسها ٤٥ على خط عمل القوة التى مقدارها ق .

الحل

نفس طريقة حل (١٦)

(١٨) ق ، ٢ق قوتان تؤثران فى نقطة مادية وتحصران بينهما زاوية قياسها ى ومقدار محصلتهما يساوى $\sqrt{٥}$ ق (م + ١) وإذا أصبح قياس الزاوية بينهما (٩٠ − ى) فإن مقدار المحصلة يساوى $\sqrt{٥}$ق (م − ١)

أثبت أن ظا ى = $\frac{م - ٢}{م + ٢}$

الحل

∵ ح^٢ = ق$_١^٢$ + ق^٢ + ٢ق$_١$ ق جتا ى

∴ ٥ق^٢ (م + ١)^٢ = ق^٢ + ٤ق^٢ + ٢ × ق × ٢ق جتا ى

∴ ٥ق^٢ (م^٢ + ٢م + ١) = ٥ق^٢ + ٤ق^٢ جتا ى (÷ ق^٢)

∴ ٥م^٢ + ١٠م + ٥ = ٥ + ٤ جتا ى ∴ ٤ جتا ى = ٥م (م + ٢) ⇐ (١)

∴ ٥ق^٢ (م − ١)^٢ = ق^٢ + ٤ق^٢ + ٢ × ق × ٢ق جتا (٩٠ − ى)

∴ ٥ق^٢ (م^٢ − ٢م + ١) = ٥ق^٢ + ٤ق^٢ جاى (÷ ق^٢)

∴ ٥م^٢ − ١٠م + ٥ = ٥ + ٤ جاى ∴ ٤ جاى = ٥م (م − ٢) ⇐ (٢)

بقسمة (٢) على (١)

ظا ى = $\frac{٥م(م - ٢)}{٥م(م + ٢)}$ = $\frac{م - ٢}{م + ٢}$

****

(١٩) قوتان مقدارهما ك ، ق ومقدار محصلتهما ٢ك إذا كان قياس الزاوية بينهما هـ ، وإذا تغير قياس الزاوية وأصبحت (١٨٠ − ى) فإن مقدار محصلتهما ينقص إلى النصف . أوجد النسبة بين ك ، ق

الحل

∵ ح^٢ = ق$_١^٢$ + ق^٢ + ٢ق$_١$ ق جتا ى

∴ ٤ك^٢ = ك^٢ + ق^٢ + ٢ × ك × ق جتا ى

∴ ٣ك^٢ = ق^٢ + ٢ ك ق جتا ى ⇐ (١)

وإذا تغير قياس الزاوية وأصبحت (١٨٠ − ى) فإن ∵ ح = ك

∴ ك^٢ = ك^٢ + ق^٢ + ٢ × ك × ق جتا (١٨٠ − ى)

∴ ٠ = ق^٢ − ٢ ك ق جتا ى ⇐ (٢) بجمع (١)، (٢) ينتج أن

∴ ٣ك^٢ = ٢ق^٢ بأخذ $\sqrt{}$ ∴ $\sqrt{٣}$ ك = $\sqrt{٢}$ق

∴ ك : ق = $\sqrt{٢}$: $\sqrt{٣}$

****

(٢٠) ق$_١$ ، ق$_٢$ تؤثران فى نقطة مادية وتحصران بينهما زاوية قياسها ١٢٠ ومقدار محصلتهما $\sqrt{١٩}$ نيوتن . وإذا أصبح قياس الزاوية بينهما ٦٠ فإن مقدار المحصلة يساوى ٧ نيوتن أوجد قيمة ق$_١$ ، ق$_٢$

الحل

∵ ح^٢ = ق$_١^٢$ + ق^٢ + ٢ق$_١$ ق جتا ى

أولاً ى = ١٢٠ ، ح = $\sqrt{١٩}$ نيوتن

∴ ١٩ = ق$_١^٢$ + ق^٢ + ٢ق$_١$ ق جتا ١٢٠

∴ ١٩ = ق$_١^٢$ + ق^٢ − ق$_١$ ق ⇐ (١)

ثانياً ى = ٦٠ ح = ٧ نيوتن

∴ ٤٩ = ق$_١^٢$ + ق^٢ + ٢ق$_١$ ق جتا ٦٠

∴ ٤٩ = ق$_١^٢$ + ق^٢ + ق$_١$ ق ⇐ (٢)

بطرح (١) من (٢) ينتج أن

∴ ٢ق$_١$ ق = ٣٠ ∴ ق$_١$ ق = ١٥ ∴ ق = $\frac{١٥}{ق_١}$

بالتعويض فى ق$_١^٢$ + ق^٢ − ق$_١$ ق = ١٩

ق$_١^٢$ + ($\frac{١٥}{ق_١}$)^٢ − ق$_١$ × $\frac{١٥}{ق_١}$ = ١٩ (× ق$_١^٢$)

∴ ق$_١^٤$ − ٣٤ ق$_١^٢$ + ٢٢٥ = ٠

∴ (ق$_١^٢$ − ٢٥) (ق$_١^٢$ − ٩) = ٠

∴ ق$_١^٢$ = ٢٥ بأخذ $\sqrt{}$ ∴ ق$_١$ = ٥ ، ق$_٢$ = ٣

∴ ق$_١^٢$ = ٩ بأخذ $\sqrt{}$ ∴ ق$_١$ = ٣ ، ق$_٢$ = ٥

****

(٢١) إذا كانت القوى ٧ ، ٨ ، ١٣ نيوتن متوازنة فأوجد قياس الزاوية بين القوتين الأولى والثانية

الحل

∵ ح^٢ = ق$_١^٢$ + ق^٢ + ٢ق$_١$ ق جتا ى

∵ القوى ٧ ، ٨ ، ١٣ نيوتن متوازنة

∴ القوة ١٣ محصلة القوى ٧ ، ٨

∴ ١٦٩ = ٤٩ + ٦٤ + ٢ × ٧ × ٨ جتا ى

∴ ١١٢ جتا ى = ١٦٩ − ١١٣ ∴ ١١٢ جتا ى = ٥٦ (÷ ١١٢)

∴ جتا ى = $\frac{١}{٢}$ ∴ ى = ٦٠

****

(٢٢) إذا كانت القوى ٣ ، ٥ ، ٤ متوازنة فأوجد قياس الزاوية بين كل قوتين

****

(٢٣) إذا كانت القوة التى مقدارها ق تتزن مع قوتان مقدارهما ٥ ، ٣ نيوتن واللتان تحصران بينهما زاوية قياسها ٦٠ فأوجد قيمة ق

****

(٢٤) ق$_١$ ، ق$_٢$ تؤثران فى نقطة مادية حيث ق$_١$ > ق$_٢$ و محصلتهما ح حيث ٨ ≤ ح ≤ ١٢ أوجد ق$_١$ ، ق$_٢$. وإذا كان قياس الزاوية بينهما ١٢٠ . أوجد الزاوية بين المحصلة و ق$_١$

الحل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

****

(٢٥) ق$_١$ ، ق$_٢$ تؤثران فى نقطة مادية حيث ق$_١$ > ق$_٢$ و محصلتهما ح حيث ح ∈ [٣ ، ٧] أوجد ق$_١$ ، ق$_٢$. وإذا كان قياس الزاوية بينهما ٦٠ . أوجد الزاوية بين المحصلة و ق$_١$

الحل

.....

.....

.....

ثانياً : تحليل قوة إلى مركبتين

(١) حلِل قوة مقدارها ١٢ نيوتن إلى مركبتين تميلان على اتجاه القوة بزاويتين ٦٠ ، ٤٥ فى اتجاهين مختلفين منها

الحل

∵ $\frac{ق_1}{جا هـ_1} = \frac{ق_2}{جا هـ_2} = \frac{ح}{جا (هـ_1 + هـ_2)}$

∴ $\frac{ق_1}{جا ٤٥} = \frac{ق_2}{جا ٦٠} = \frac{١٢}{جا ١٠٥}$

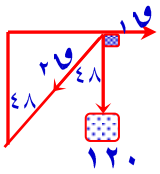
$ق_1 = \frac{١٢ \times جا ٤٥}{جا ١٠٥} = ٩$ نيوتن ، $ق_2 = \frac{١٢ \times جا ٦٠}{جا ١٠٥} = ١١$ نيوتن

****

(٢) قوة مقدارها ٦٠٠ ث جم تؤثر فى نقطة مادية .أوجد مركبتيها فى اتجاهين يصنعان معها زاويتين قياسيهما ٣٠ ، ٤٥

****

(٣) حلِل القوة الرأسية ١٢٠ ث.جم إلى مركبتين إحداهما فى الاتجاه الأفقي، والأخرى فى اتجاه يصنع مع خط عمل القوة زاوية قياسها ٤٨



الحل

∵ $\frac{ق_1}{جا هـ_1} = \frac{ق_2}{جا هـ_2} = \frac{ح}{جا (هـ_1 + هـ_2)}$

∴ $\frac{ق_1}{جا ٤٨} = \frac{ق_2}{جا ٩٠} = \frac{١٢٠}{جا ١٣٨}$

$ق_1 = \frac{١٢٠ \times جا ٤٨}{جا ١٣٨} = ١٣٣$ ، $ق_2 = \frac{١٢٠ \times جا ٩٠}{جا ١٣٨} = ١٧٩$

****

(٤) حلل قوة مقدارها ١٨ نيوتن فى اتجاهين متعامدين، إحداهما يصنع مع القوة زاوية قياسها ٦٠

الحل

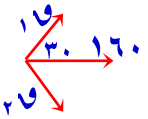
$ق_1 = ح$ جتاهـ = ١٨ جتا ٦٠ = ٩ نيوتن

$ق_2 = ح$ جاهـ = ١٨ جا ٦٠ = ٩$\sqrt{3}$ نيوتن

****

(٥) حلل قوة أفقية مقدارها ١٦٠ ث. جم فى إتجاهين متعامدين أحدهما يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠ إلى أعلى

الحل



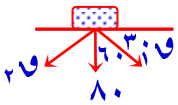
$ق_1 = ح$ جتاهـ = ١٦٠ جتا ٣٠ = ٨٠ $\sqrt{3}$ ث. جم

$ق_2 = ح$ جاهـ = ١٦٠ جا ٣٠ = ٨٠ ث. جم

****

(٦) أوجد مقدار المركبتين المتعامدتين، لوزن جسم موضوع على مستوى أفقي ومقداره ٨٠ نيوتن إذا عُلِمَ أنَّ إحداهما تميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠ إلى أسفل

الحل



$ق_1 = ح$ جتاهـ = ٨٠ جتا ٦٠ = ٤٠ نيوتن

$ق_2 = ح$ جاهـ = ٨٠ جا ٦٠ = ٤٠ $\sqrt{3}$ نيوتن

****

(٧) قوة مقدارها ١٢٠ نيوتن تعمل فى اتجاهِ الشمال الشرقى . أوجد مركبتيها فى اتجاه الشرق واتجاه الشمال

الحل

$ق_1 = ح$ جتاهـ = ١٢٠ جتا ٤٥ = ٦٠$\sqrt{2}$ نيوتن

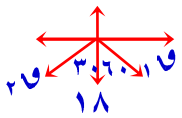
$ق_2 = ح$ جاهـ = ١٢٠ جا ٤٥ = ٦٠$\sqrt{2}$ نيوتن

(٨) حلل قوة مقدارها ٦$\sqrt{2}$ نيوتن والتى تعمل فى إتجاه الشمال الشرقى إلى مركبتين إحداهما فى إتجاه الشرق والأخرى فى إتجاه الشمال

****

(٩) قوة مقدارها ١٨ نيوتن تعمل فى اتجاهِ الجنوب أوجد مركبتيها فى اتجاهى ٦٠ شرق الجنوب، و الأخرى فى اتجاه ٣٠ غرب الجنوب

الحل



$ق_1 = ح$ جتا هـ = ١٨ جتا ٦٠ = ٩ نيوتن

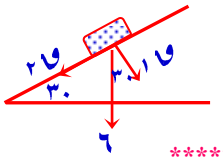
$ق_2 = ح$ جاهـ = ١٨ جتا ٦٠ = ٩$\sqrt{3}$ نيوتن

توجد طرق أخرى للحل

****

(١٠) وضع جسم مقدار وزنه ٦ نيوتن على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠ أوجد مركبتى وزن الجسم فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى والإتجاه العمودى عليه

الحل



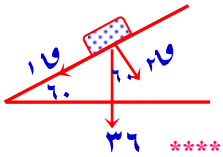
$ق_1 = ح$ جتاهـ = ٦ جتا ٣٠ = ٣ $\sqrt{3}$ نيوتن

$ق_2 = ح$ جاهـ = ٦ جا ٣٠ = ٣ نيوتن

****

(١١) وضع جسم مقدار وزنه ٣٦ نيوتن على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٦٠ أوجد مركبتى وزن الجسم فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى والإتجاه العمودى عليه

الحل



$ق_1 = ح$ جاهـ = ٣٦ جا ٦٠ = ١٨ $\sqrt{3}$ نيوتن

$ق_2 = ح$ جتا هـ = ٣٦ جتا ٦٠ = ١٨ نيوتن

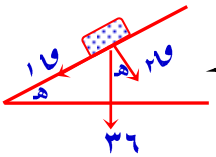
****

(١٢) وضع جسم مقدار وزنه ٤٢ نيوتن على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٦٠ أوجد مركبتى وزن الجسم فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى والإتجاه العمودى عليه

****

(١٣) مستوى مائل طوله ١٣٠ سم وارتفاعه ٥٠ سم وضع عليه جسم جاسئ وزنه ٣٩٠ ث.جم أوجد مركبتى الوزن فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى و الإتجاه العمودى عليه

الحل



جاهـ = $\frac{٥٠}{١٣٠}$ ، جتاهـ = $\frac{١٢٠}{١٣٠}$ ٥٠

$ق_1 = ح$ جاهـ = ٣٩٠ × $\frac{٥٠}{١٣٠}$ = ١٥٠ ث. جم

$ق_2 = ح$ جتاهـ = ٣٩٠ × $\frac{١٢٠}{١٣٠}$ = ٣٦٠ ث. جم

****

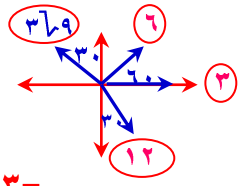
(١٤) مستوى مائل طوله ١٠٠ سم وارتفاعه ٦٠ سم وضع عليه جسم جاسئ وزنه ٢٠٠ ث.جم أوجد مركبتى الوزن فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى والإتجاه العمودى عليه

****

(١٥) مستوى مائل طوله ٢٥٠ سم وارتفاعه ١٥٠ سم وضع عليه جسم جاسئ وزنه ٧٥٠ ث.جم أوجد مركبتى الوزن فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى والإتجاه العمودى عليه

ثالثاً: محصلة عدة قوى مستوية ومتلاقية فى نقطة

(١) أثرت القوى ٣، ٦، ٩√٣، ١٢ ث.كجم فى نقطة مادية وكان قياس الزاوية بين الأولى والثانية ٦٠ وبين الثانية والثالثة ٩٠ وبين الثالثة والرابعة ١٥٠ أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى



الحل

(٣، ٠)، (٦، ٦٠)،

(٩√٣، ١٥٠)، (١٢، ٣٠٠)

س = ٣جتا٠ + ٦جتا٦٠ + ٩√٣جتا١٥٠ + ١٢جتا٣٠٠ = $\frac{-٣}{٢}$

ص = ٣جا٠ + ٦جا٦٠ + ٩√٣جا١٥٠ + ١٢جا٣٠٠ = $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$

∵ ح = $\sqrt{س^٢ + ص^٢}$ = $\sqrt{(\frac{-٣}{٢})^٢ + (\frac{٣\sqrt{٣}}{٢})^٢}$ = ٣

∴ ظا هـ = $\frac{ص}{س}$ = $\frac{٣\sqrt{٣}}{٣}$ ÷ $\frac{-٣}{٢}$ = −√٣

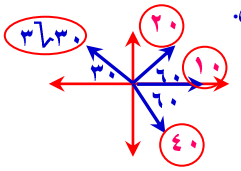
∵ س < صفر ، ص > صفر ∴ هـ = ١٨٠ − ٦٠ = ١٢٠

****

(٢) تؤثر القوى المستوية التى مقاديرها ١٠، ٢٠، ٣٠√٣، ٤٠ نيوتن فى نقطة مادية وكان قياس الزاوية بين الأولى والثانية ٦٠ وبين الثانية والثالثة ٩٠ وبين الثالثة والرابعة ١٥٠ أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى

****

(٣) أربع قوى مقاديرها ١٠، ٢٠، ٣٠√٣، ٤٠ ث.جم تؤثر فى نقطة مادية، الأولى تؤثر فى اتجاه الشرق، والثانية تؤثر فى اتجاه ٦٠ شمال الشرق، والثالثة تؤثر فى اتجاه ٣٠ شمال الغرب، والرابعة تؤثر فى اتجاه ٦٠ جنوب الشرق. أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.



الحل

(١٠، ٠)، (٢٠، ٦٠)،

(٣٠√٣، ١٥٠)، (٤٠، ٣٠٠)

س = ١٠جتا٠ + ٢٠جتا٦٠ + ٣٠√٣جتا١٥٠ + ٤٠جتا٣٠٠ = −٥

ص = ١٠جا٠ + ٢٠جا٦٠ + ٣٠√٣جا١٥٠ + ٤٠جا٣٠٠ = ٥√٣

∵ ح = $\sqrt{س^٢ + ص^٢}$ = $\sqrt{(-٥)^٢ + (٥\sqrt{٣})^٢}$ = ١٠ ث.جم

∴ ظا هـ = $\frac{ص}{س}$ = ٥√٣ ÷ −٥ = −√٣

∵ س < صفر ، ص > صفر ∴ هـ = ١٨٠ − ٦٠ = ١٢٠

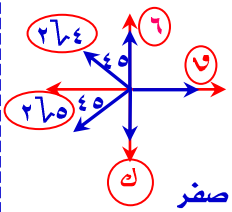
****

(٤) ثلاث قوى مقاديرها ١٠، ٣٠، ٢٠ نيوتن نقطة مادية الأولى نحو الشرق والثانية تصنع زاوية ٣٠ غرب الشمال والثالثة تصنع ٦٠ جنوب الغرب أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى

****

(٥) أربع قوى مستوية تؤثر فى نقطة مادية، الأولى مقدارها ٤ نيوتن وتؤثر فى اتجاه الشرق، والثانية مقدارها ٢ نيوتن وتؤثر فى اتجاه ٦٠ شمال الشرق، والثالثة مقدارها ٥ نيوتن وتؤثر فى اتجاه ٦٠ شمال الغرب والرابعة ٣√٣ نيوتن وتؤثر فى اتجاه ٦٠ غرب الجنوب. أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.

(٦) خمس قوى مستوية مقاديرها ق، ٦، ٤√٢، ٥√٢، ك ث كجم متزنة وتؤثر فى نقطة مادية فى اتجاهات الشرق والشمال والشمال الغربى والجنوب الغربى والجنوب على الترتيب أوجد مقدار كل من ق، ك



الحل

(ق، ٠)، (٦، ٩٠)، (٤√٢، ١٣٥)

(٥√٢، ٢٢٥)، (ك، ٢٧٠)

∵ القوى متزنة ∴ س = صفر ، ص = صفر

∴ س = ق جتا٠ + ٦جتا٩٠ + ٤√٢جتا١٣٥ + ٥√٢جتا٢٢٥

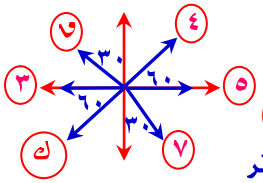
+ ك جتا٢٧٠ = صفر ∴ ق − ٩ = صفر ∴ ق = ٩ ث كجم

∴ ص = ق جا٠ + ٦جا٩٠ + ٤√٢جا١٣٥ + ٥√٢جا٢٢٥

ك جا٢٧٠ = صفر ∴ ٥ − ك = صفر ∴ ك = ٥ ث كجم

****

(٧) أثرت القوى المستوية ٥، ٤، ق، ٣، ك، ٧ ث كجم فى نقطة مادية والزاوية بين كل قوتين متتاليتين منها ٦٠ أوجد مقدار كل من ق، ك حتى تكون المجموعة فى حالة إتزان



الحل

(٥، ٠)، (٤، ٦٠)، (ق، ١٢٠)

(٣، ١٨٠)، (ك، ٢٤٠)، (٧، ٣٠٠)

∵ القوى متزنة ∴ س = صفر ، ص = صفر

∴ س = ٥جتا٠ + ٤جتا٦٠ + ق جتا١٢٠ + ٣ جتا١٨٠

+ ك جتا٢٤٠ + ٧جتا٣٠٠ = صفر

∴ $\frac{-١}{٢}$ ق − $\frac{١}{٢}$ ك + $\frac{١٥}{٢}$ = صفر (×−٢)

∴ ق + ك − ١٥ = صفر ∴ ق + ك = ١٥ ⇐ (١)

∴ ص = ٥جا٠ + ٤جا٦٠ + ق جا١٢٠ + ٣ جا١٨٠ + ك جا٢٤٠

+ ٧جا٣٠٠ = صفر

∴ $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ق − $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ك − $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$ = صفر (÷ $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$)

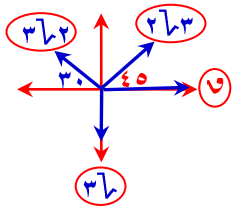
∴ ق − ك − ٣ = صفر ∴ ق − ك = ٣ ⇐ (٢)

بحل المعادلتين (١)، (٢) جبرياً

∴ ق = ٩ ث كجم ∴ ك = ٦ ث كجم

****

(٨) فى الشكل المقابل: إذا كان مقدار محصلة القوى تساوى ٢√٣ نيوتن، فأوجد قيمة ق، قياس الزاوية بين خط عمل المحصلة وخط عمل القوة الأولى



الحل

(ق، ٠)، (٣√٢، ٤٥)، (٢√٣، ١٥٠)، (√٣، ٢٧٠)

∴ س = ق جتا٠ + ٣√٢جتا٤٥ + ٢√٣جتا١٥٠ + √٣جتا٢٧٠

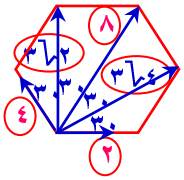
∴ س = ق

∴ ص = ق جا٠ + ٣√٢جا٤٥ + ٢√٣جا١٥٠ + √٣جا٢٧٠ = ٣

∵ $ح^٢$ = $س^٢$ + $ص^٢$ ∴ ١٨ = $ق^٢$ + ٩ ∴ $ق^٢$ = ١٨ − ٩

∴ $ق^٢$ = ٩ بأخذ √ ∴ ق = ٣

(٩) أ ب ج د هـ و شكل سداسى منتظم تؤثر القوى التى مقاديرها ٢، ٤√٣، ٨، ٢√٣، ٤ ث.كجم فى نقطة أ فى الإتجاهات أ ب، أ ج، أ د، أ هـ، أ و على الترتيب أوجد مقدار وإتجاه محصلة هذه القوى



الحل

(٢، ٠)، (٤√٣، ٣٠)، (٨، ٦٠)، (٢√٣، ٩٠)، (٤، ١٢٠)

س = ٢ جتا ٠ + ٤√٣ جتا ٣٠ + ٨ جتا ٦٠ + ٢√٣ جتا ٩٠ + ٤ جتا ١٢٠ = ١٠

ص = ٢ جا ٠ + ٤√٣ جا ٣٠ + ٨ جا ٦٠ + ٢√٣ جا ٩٠ + ٤ جا ١٢٠ = ١٠√٣

∵ ح = √(س² + ص²) = √((١٠)² + (١٠√٣)²) = ٢٠

∴ ظا هـ = ١٠√٣ ÷ ١٠ = √٣

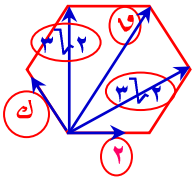
∵ س > صفر ، ص > صفر ∴ هـ = ٦٠

****

(١٠) أ ب ج د هـ و شكل سداسى منتظم أثرت القوى التى مقاديرها ٨، ٦√٣، ٥، ٤√٣ نيوتن فى نقطة أ فى الإتجاهات أ ب، أ ج، أ د، أ هـ على الترتيب أوجد مقدار وإتجاه محصلة هذه القوى

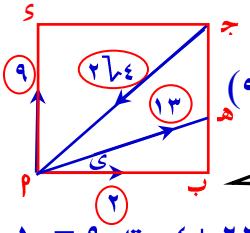
****

(١١) فى الشكل المقابل : إذا كانت محصلة القوى تساوى ٢٠ ث كجم ، وتعمل فى اتجاه أ د أوجد قيمتى ق، ك



الحل

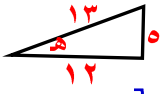
(١٢) أ ب ج د مربع طول ضلعه ١٢سم، هـ ∈ ب ج بحيث ب هـ = ٥سم أثرت قوى مقاديرها ٢، ١٣، ٤√٢، ٩ ث.جم فى الإتجاهات أ ب، أ هـ، ج أ، أ د على الترتيب أوجد مقدار وإتجاه محصلة هذه القوى



الحل

(٢، ٠)، (١٣، ى)، (٤√٢، ٢٢٥)، (٩، ٩٠)

جا ى = ٥/١٣ ، جتا ى = ١٢/١٣



س = ٢ جتا ٠ + ١٣ × ١٢/١٣ + ٤√٢ جتا ٢٢٥ + ٤ جتا ٩٠ = ١٠

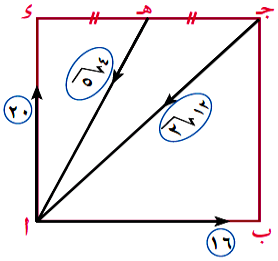
ص = ٢ جا ٠ + ١٣ × ٥/١٣ + ٤√٢ جا ٢٢٥ + ٤ جا ٩٠ = ٥

∵ ح = √(س² + ص²) = √((١٠)² + (٥)²) = ٥√٥

∴ ظا هـ = ٥ ÷ ١٠ = ١/٢ ∴ هـ = ٢٦° ٣٣′ ٥٤″

****

(١٣) الشكل المقابل يمثل القوى التى مقاديرها ١٦، ٢٠، ١٢√٢، ٤√٥ نيوتن والتى تؤثر فى المربع أ ب ج د فى الاتجاهات أ ب، أ د، ج أ، هـ أ على الترتيب حيث هـ منتصف ج د إثبت أن المجموعة متزنة



الحل

نفرض أن طول ضلع المربع = ٢ل ∵ أ هـ = √(٤ل² + ل²) = √٥ ل

∵ جا (١٨٠ + ى) = − جا ى = − ل/(√٥ ل) = −١/√٥

∵ جتا (١٨٠ + ى) = − جتا ى = − ٢ل/(√٥ ل) = −٢/√٥

(١٦، ٠)، (٢٠، ٩٠)، (١٢√٢، ٢٢٥)، (٤√٥، ١٨٠ + ى)

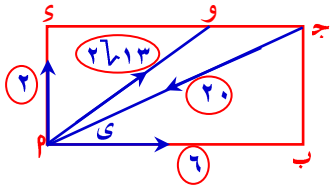
س = ١٦ جتا ٠ + ٢٠ جتا ٩٠ + ١٢√٢ جتا ٢٢٥ + ٤√٥ × −١/√٥ = صفر

ص = ١٦ جا ٠ + ٢٠ جا ٩٠ + ١٢√٢ جا ٢٢٥ + ٤√٥ × −٢/√٥ = ٠

∵ س = صفر ، ص = صفر ∴ القوى متزنة

****

(١٤) أ ب ج د مستطيل فيه أ ب = ٨سم ، ب ج = ٦سم، و ∈ ج د حيث و د = ٦سم، أثرت قوى مقاديرها ٦، ٢٠، ١٣√٢ ، ٢ نيوتن فى أ ب ، ج أ ، أ و ، أ د ، على الترتيب أوجد مقدار وإتجاه محصلة هذه القوى



الحل ∵ أ هـ = ١٠

∵ جا (١٨٠ + ى) = − جا ى = −٦/١٠

∵ جتا (١٨٠ + ى) = − جتا ى = −٨/١٠

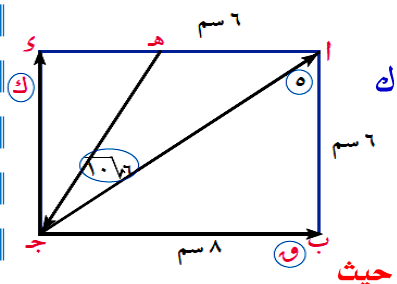
(٦، ٠)، (٢٠، ١٨٠ + ى)، (١٣√٢، ٤٥)، (٢، ٩٠)

س = ٦ جتا ٠ + ٢٠ × −٨/١٠ + ١٣√٢ جتا ٤٥ + ٢ جتا ٩٠ = ٣

ص = ٦ جا ٠ + ٢٠ × −٦/١٠ + ١٣√٢ جا ٤٥ + ٢ جا ٩٠ = ٣

∵ ح = √(٣² + ٣²) = ٣√٢ ∴ ظا هـ = ١ ∴ هـ = ٤٥

(١٥) الشكل المقابل يمثل القوى التى مقاديرها ق ، ٥ ، ك ، ٦√١٠ نيوتن والمتزنة ، والتى تؤثر فى المستطيل أ ب جـ د فى الاتجاهات جـ ب ، جـ أ ، جـ د ، هـ جـ حيث أ ب = ٦سم ، ب جـ = ٨سم ، أ هـ = ٦سم ، أوجد قيمة ق ، ك



الحل

∵ القوى متزنة ∴ س = صفر ، ص = صفر

∵ أ جـ = ١٠ ، جـ هـ = ٢√١٠ ، جا ى = ٦/١٠ ، جتا ى = ٨/١٠

∵ جا (١٨٠ + و) = − جا و = −٦/(٢√١٠)

∵ جتا (١٨٠ + و) = − جتا و = −٢/(٢√١٠)

(٦ ، ٠) ، (٥ ، ى) ، (ك ، ٩٠) ، (٦√١٠ ، ١٨٠ + و)

س = ق جتا ٠ + ٥ × ٨/١٠ + ك جتا ٩٠ + ٦√١٠ × −٢/(٢√١٠) = ٠

∴ ق = ٢ نيوتن

ص = ق جا ٠ + ٥ × ٦/١٠ + ك جا ٩٠ + ٦√١٠ × −٦/(٢√١٠) = ٠

∴ ك = ١٥ نيوتن

****

(١٦) ثلاث قوى مقاديرها ٢ق ، ٤ق ، ٦ق تؤثر فى نقطة مادية فى إتجاهات موازية لأضلاع مثلث متساوى الأضلاع مأخوذة فى إتجاه دورى واحد أوجد مقدار واتجاه المحصلة

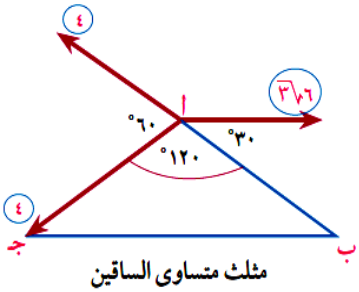
الحل

(١٧) أ ب جـ مثلث متساوى الأضلاع م نقطة تلاقى متوسطاته . أثرت القوى التى مقاديرها ٢٥ ، ٢٠ ، ١٥ نيوتن فى نقطة مادية فى الإتجاهات م جـ ، م ب ، م أ أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى

الحل

****

(١٨) أوجد مقدار واتجاه محصلة القوى المبينة فى الشكل المقابل



مثلث متساوى الساقين

الحل

****

(١٩) إذا كانت $\overrightarrow{ق_1}$ = ٥ $\overrightarrow{س}$ + ٣ $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ = أ $\overrightarrow{س}$ + ٦ $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_3}$ = −١٤ $\overrightarrow{س}$ + ب $\overrightarrow{ص}$ ثلاث قوى مستوية ومتلاقية فى نقطة وكانت المحصلة $\overrightarrow{ح}$ = (١٠√٢ ، ١٣٥°). أوجد قيمتي أ ، ب.

الحل

****

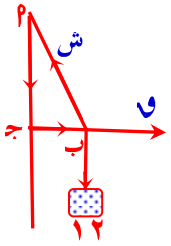
(٢٠) إذا كانت $\overrightarrow{ق_1}$ = ٥ $\overrightarrow{س}$ − ٣ $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ = −٧ $\overrightarrow{س}$ + ٢ $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_3}$ = ٢ $\overrightarrow{س}$ + $\overrightarrow{ص}$ فأثبت أن مجموعة القوى متوازنة.

الحل

أولاً : تعليق جسم بخيط واحد

(١) علق ثقل مقداره ١٢ نيوتن فى أحد طرفى خيط خفيف طوله ١٣٠سم والطرف الأخر للخيط مثبت فى نقطة على حائط رأسى جذب الجسم بتأثير قوة أفقية حتى إتزن وهو على بعد ٥٠سم من الحائط أوجد مقدار كلا من القوة والشد فى الخيط

الحل



∵ أ جـ = $\sqrt{(١٣٠)^٢ - (٥٠)^٢}$ = ١٢٠

∵ △ أ ب جـ مثلث قوى

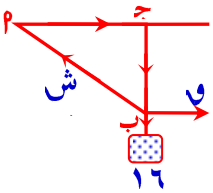
∴ $\frac{و}{٥٠} = \frac{ش}{١٣٠} = \frac{١٢}{١٢٠}$

∴ و = $\frac{١٢ \times ٥٠}{١٢٠}$ = ٥نيوتن ∴ ش = $\frac{١٢ \times ١٣٠}{١٢٠}$ = ١٣نيوتن

****

(٢) علق ثقل مقداره ١٦ نيوتن فى أحد طرفى خيط خفيف طوله ٥٠سم مثبت طرفه الأخر فى نقطة فى سقف الحجرة أزيح الثقل بقوة أفقية حتى إتزن و هو على بعد ٤٠سم من السقف أوجد مقدار القوة الأفقية والشد فى الخيط

الحل



∵ أ جـ = $\sqrt{(٥٠)^٢ - (٤٠)^٢}$ = ٣٠

∵ △ أ ب جـ مثلث قوى

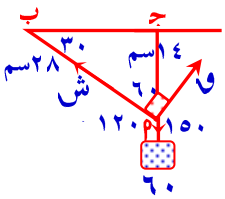
∴ $\frac{و}{٣٠} = \frac{ش}{٥٠} = \frac{١٦}{٤٠}$ و

∴ و = $\frac{١٦ \times ٣٠}{٤٠}$ = ١٢نيوتن ∴ ش = $\frac{١٦ \times ٥٠}{٤٠}$ = ٢٠نيوتن

****

(٣) علق ثقل مقدار وزنه ٦٠ ث.جم من أحد طرفى خيط طوله ٢٨ سم مثبت طرفه الآخر فى نقطة فى سقف حجرة أثرت على الجسم قوة فأتزن الجسم وهو على بعد ١٤سم رأسياً أسفل السقف فإذا كانت القوة فى وضع الإتزان عمودية على الخيط فأوجد مقدار كلا من القوة والشد فى الخيط

الحل



∵ جـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب ∴ ق(ب) = ٣٠

بتطبيق قاعدة لامى

∴ $\frac{و}{جا ١٢٠} = \frac{ش}{جا ١٥٠} = \frac{٦٠}{جا ٩٠}$

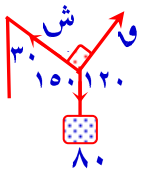
∴ و = $\frac{٦٠ \times جا ١٢٠}{جا ٩٠}$ = ٣٠√٣ نيوتن

∴ ش = $\frac{٦٠ \times جا ١٥٠}{جا ٩٠}$ = ٣٠نيوتن

****

(٤) علق جسيم وزنه ٨٠ ث.جم فى طرف خيط مثبت طرفه الأخر فى حائط رأسى أزيح الثقل بقوة عمودية على الخيط حتى أصبح الخيط مائلاً على الحائط بزاوية قياسها ٣٠ أوجد فى وضع الإتزان مقدار القوة وكذلك الشد فى الخيط

الحل



بتطبيق قاعدة لامى

∴ $\frac{و}{جا ١٥٠} = \frac{ش}{جا ١٢٠} = \frac{٨٠}{جا ٩٠}$

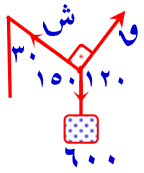
∴ و = $\frac{٨٠ \times جا ١٥٠}{جا ٩٠}$ = ٤٠ نيوتن

∴ ش = $\frac{٨٠ \times جا ١٢٠}{جا ٩٠}$ = ٤٠√٣ نيوتن

****

(٥) أزيحت كرة بندول وزنها ٦٠٠ث.جم حتى سار الخيط يصنع زاوية قياسها ٣٠ مع الرأسى تحت تأثير قوة على الكرة فى إتجاه عمودى على الخيط أوجد مقدار القوة ومقدار الشد فى الخيط

الحل



بتطبيق قاعدة لامى

∴ $\frac{و}{جا ١٥٠} = \frac{ش}{جا ١٢٠} = \frac{٦٠٠}{جا ٩٠}$

∴ و = $\frac{٦٠٠ \times جا ١٥٠}{جا ٩٠}$ = ٣٠٠ نيوتن

∴ ش = $\frac{٦٠٠ \times جا ١٢٠}{جا ٩٠}$ = ٣٠٠√٣ نيوتن

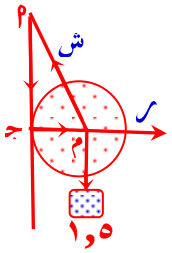
٦٠
١٢٠ ١٥٠

****

ثانياً : تعليق كرة

(٦) كرة معدنية منتظمة ملساء وزنها ١,٥ ث.كجم وطول نصف قطرها ٢٥سم .ربطت من إحدى نقط سطحها ب بخيط طوله ٢٥سم ومربوط طرفه الأخر أ نقطة فى حائط رأسى أملس فأتزنت الكرة وهى مستندة على الحائط أوجد مقدار الشد فى الخيط ومقدار رد فعل الحائط

الحل



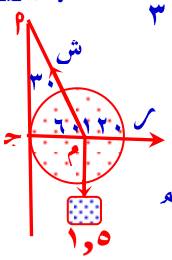
∵ أ جـ = $\sqrt{(٥٠)^٢ - (٢٥)^٢}$ = ٢٥√٣

∵ △ أ جـ م مثلث قوى

∴ $\frac{ر}{٢٥} = \frac{ش}{٥٠} = \frac{١,٥}{٢٥√٣}$

∴ ر = $\frac{١,٥ \times ٢٥}{٢٥√٣}$ = $\frac{٣√}{٢}$ ث.كجم، ش = $\frac{١,٥ \times ٥٠}{٢٥√٣}$ = ٣√ ث.كجم

حل آخر : بتطبيق قاعدة لامى



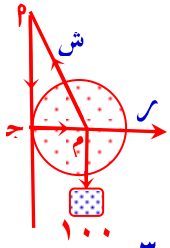
∴ $\frac{ر}{جا ١٥٠} = \frac{ش}{جا ٩٠} = \frac{١,٥}{جا ١٢٠}$

∴ ر = $\frac{٣√}{٢}$ ث.كجم ، ش = ٣√ ث.كجم

****

(٧) كرة منتظمة ملساء وزنها ١٠٠ث.جم وطول نصف قطرها ٣٠سم معلقة من نقطة على سطحها بأحد طرفى خيط خفيف طوله ٢٠ سم ومثبت طرفه الأخر فى نقطة من حائط رأسى أملس. أوجد فى وضع التوازن كلا من الشد فى الخيط و رد فعل الحائط

الحل



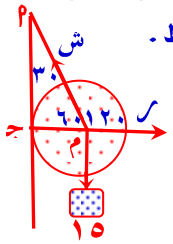
∵ أ جـ = $\sqrt{(٥٠)^٢ - (٣٠)^٢}$ = ٤٠

∵ △ أ م جـ مثلث قوى

∴ $\frac{ر}{٣٠} = \frac{ش}{٥٠} = \frac{١٠٠}{٤٠}$

∴ ر = $\frac{١٠٠ \times ٣٠}{٤٠}$ = ٧٥ ث.جم ∴ ش = $\frac{١٠٠ \times ٣٠}{٤٠}$ = ١٢٥ ث.جم

(٨) كرة ملساء وزنها ١٥ نيوتن تستند على حائط رأسى أملس. و معلقة بخيط مثبت أحد طرفيه فى نقطة على سطحها و طرفه الآخر فى الحائط فى نقطة أعلى نقطة تماس الكرة فإذا كان طول الخيط يساوى طول نصف قطر الكرة. أوجد الضغط على الحائط و الشد فى الخيط .



الحل

∵ أ ج = $\frac{١}{٢}$ أ ب ∴ ق (ب) = ٣٠

بتطبيق قاعدة لامى

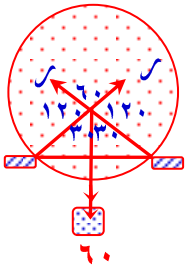
∴ $\frac{ر}{جا ١٥٠} = \frac{ش}{جا ٩٠} = \frac{١٥}{جا ١٢٠}$

∴ ر = $\frac{١٥ \times جا ١٥٠}{جا ١٢٠}$ = ٥√٣ نيوتن ∴ ض = ٥√٣ نيوتن

∴ ش = $\frac{١٥ \times جا ٩٠}{جا ١٢٠}$ = ١٠√٣ نيوتن

****

(٩) كرة منتظمة ترتكز على قضيبين متوازين يقعان فى مستوى أفقى واحد البعد بينهما يساوى طول نصف قطر الكرة أوجد الضغط على كل من القضيبين إذ كان وزن الكرة ٦٠ نيوتن



الحل

∵ البعد بين القضيبين = نق

∴ △ أ ب ج متساوى الأضلاع

بتطبيق قاعدة لامى

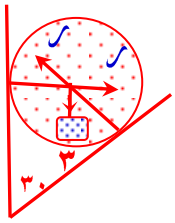
∴ $\frac{ر}{جا ١٥٠} = \frac{ر}{جا ١٥٠} = \frac{٦٠}{جا ٦٠}$

∴ ر = ر = $\frac{٦٠ \times جا ١٥٠}{جا ٦٠}$ = ٢٠√٣ نيوتن

∴ ض = ض = ٢٠√٣ نيوتن

****

(١٠) كرة معدنية ملساء وزنها ٣ نيوتن مستقرة بين حائط رأسى أملس و مستوى أملس يميل على الحائط الرأسى بزاوية قياسها ٣٠ أوجد الضغط على كل من الحائط الرأسى و المستوى المائل



الحل

بتطبيق قاعدة لامى

∴ $\frac{ر}{جا ٩٠} = \frac{ر}{جا ١٢٠} = \frac{٣}{جا ١٥٠}$

∴ ر = $\frac{٣ \times جا ٩٠}{جا ١٥٠}$ = ٦ نيوتن ∴ ض = ٦ نيوتن

∴ ر = $\frac{٣ \times جا ١٢٠}{جا ١٥٠}$ = ٣√٣ نيوتن ∴ ض = ٣√٣ نيوتن

****

ثالثاً: تعليق جسم بخيطين :-

(١١) علق ثقل مقداره ٢٠٠ث.جم بواسطة خيطين طولهما ٦٠سم ، ٨٠سم من نقطتين على خط على خط أفقى واحد البعد بينهما ١٠٠سم أوجد مقدار الشد فى كل من الخيطين

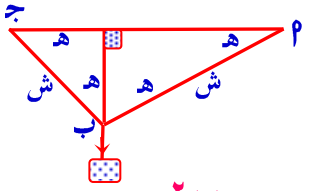
الحل

∵ (أ ب)^٢ + (ب ج)^٢ = ١٠٠٠٠

(أ ج)^٢ = ١٠٠٠٠

∵ (أ ب)^٢ + (ب ج)^٢ = (أ ج)^٢

∴ △ أ ب ج قائم فى ب



بتطبيق قاعدة لامى

∴ $\frac{ش}{جا (١٨٠ - هـ١)} = \frac{ش}{جا (١٨٠ - هـ٢)} = \frac{٢٠٠}{جا ٩٠}$

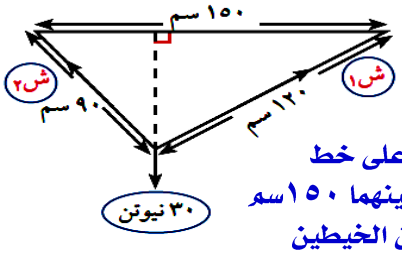
∴ $\frac{ش}{جا هـ١} = \frac{ش}{جا هـ٢} = \frac{٢٠٠}{جا ٩٠}$

∴ ش = ٢٠٠ جا هـ١ = ٢٠٠ × $\frac{٦٠}{١٠٠}$ = ١٢٠ نيوتن

∴ ش = ٢٠٠ جا هـ١ = ٢٠٠ × $\frac{٨٠}{١٠٠}$ = ١٦٠ نيوتن

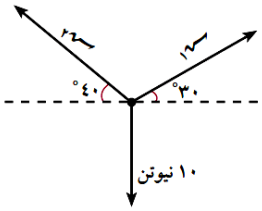
****

(١٢) فى الشكل المقابل: علق ثقل مقداره ٣٠ نيوتن بواسطة خيطين طولهما ١٢٠سم ، ٩٠سم من نقطتين على خط على خط أفقى واحد البعد بينهما ١٥٠سم أوجد مقدار الشد فى كل من الخيطين



****

(١٣) فى الشكل المقابل: ثقل مقداره ١٠ نيوتن معلق بخيطين يميل الأول على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠ ويميل الآخر على الأفقى بزاوية قياسها ٤٠ أوجد مقدار كل من ش١ ، ش٢ فى حالة الاتزان



الحل

بتطبيق قاعدة لامى

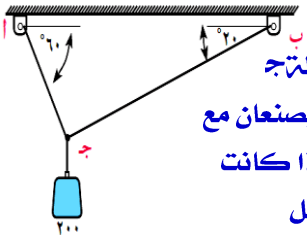
∴ $\frac{ش}{جا ١٣٠} = \frac{ش}{جا ١٢٠} = \frac{١٠}{جا ١١٠}$

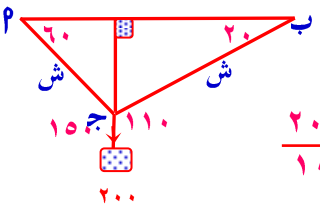
∴ ش = $\frac{١٠ \times جا ١٣٠}{جا ١١٠}$ = ٨ نيوتن

∴ ش = $\frac{١٠ \times جا ١٢٠}{جا ١١٠}$ = ٩ نيوتن

****

(١٤) الشكل المقابل يبين ثقل مقداره ٢٠٠ نيوتن معلق رأسيًا من نقطة ج ومثبت بواسطة حبلين ب ج ، أ ج يصنعان مع الأفقى زاويتين قياسيهما ٢٠ ، ٦٠ فإذا كانت المجموعة متزنة ، أوجد الشد فى كل من الحبلين لأقرب نيوتن.





الحل

بتطبيق قاعدة لامى

∴ $\frac{ش}{جا ١٥٠} = \frac{ش}{جا ١١٠} = \frac{٢٠٠}{جا ١٠٠}$

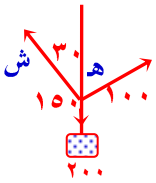
∴ ش = $\frac{٢٠٠ \times جا ١٥٠}{جا ١٠٠}$ = ١٠٢ نيوتن

∴ ش = $\frac{٢٠٠ \times جا ١١٠}{جا ١٠٠}$ = ١٩١ نيوتن

(١٥) علق جسيم وزنه ٢٠٠ ث.جم بواسطة خيطين خفيفين يميل أحدهما على الرأسى بزاوية قياسها هـ ويميل الخيط الآخر على الرأسى بزاوية قياسها ٣٠ فإذا كان مقدار الشد فى الخيط الأول يساوى ١٠٠ ث جم فأوجد هـ ومقدار الشد فى الخيط الثانى

الحل

بتطبيق قاعدة لامى



∴ ١٠٠ / جا ١٥٠ = ٢٠٠ / جا (٣٠ + هـ) = ش / جا (١٨٠ − هـ)

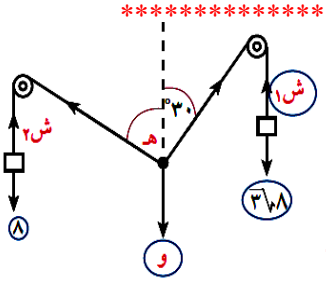
∴ جا (٣٠ + هـ) = ٢٠٠ × جا ١٥٠ / ١٠٠ = ١

∴ ٣٠ + هـ = ٩٠ ∴ هـ = ٦٠

∴ ش = ١٠٠ × جا ١٢٠ / جا ١٥٠ = ١٠٠√٣ نيوتن

****

(١٦) علق جسيم وزنه و ث.جم بواسطة خيطين خفيفين يميل أحدهما على الرأسى بزاوية قياسها ٣٠ و يميل الخيط الآخر على الرأسى بزاوية قياسها هـ فإذا كان مقدار الشد فى الخيطين هما ٨√٣ ، ٨ ث جم فأوجد هـ ، وزن الجسم



الحل

بتطبيق قاعدة لامى

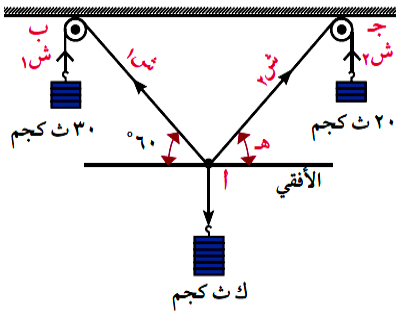
∴ ٨ / جا ١٥٠ = و / جا (٣٠ + هـ) = ٨√٣ / جا (١٨٠ − هـ)

∴ جا هـ = ٨√٣ × جا ١٥٠ / ٨ = √٣ / ٢ ∴ هـ = ٦٠

∴ و = ٨ × جا ٩٠ / جا ١٥٠ = ١٦ ث جم

****

(١٧) فى الشكل المقابل: ثقل مقداره ك معلق فى طرف خيط وينتهى طرف الخيط بخيطين يمران على بكرتين ملساوتين عند ب ، جـ ويحملان ثقلين مقدار كل منهما ٢٠ ث.كجم ، ٣٠ ث.كجم أوجد مقدار الثقل ك ، قياس زاوية هـ فى وضع الاتزان



الحل

بتطبيق قاعدة لامى

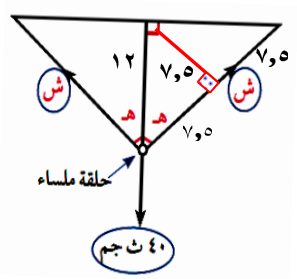
∴ ٢٠ / جا ١٥٠ = ٣٠ / جا (٩٠ + هـ) = ك / جا (١٢٠ − هـ)

∴ جتا هـ = ٣٠ × جا ١٥٠ / ٢٠ = ٣/٤ ∴ هـ = ٤١° ٢٥ ´

∴ ك = ٢٠ × جا ٧٨° ٣٥ ´ / جا ١٥٠ = ٣٩ ث.كجم

(١٨) خيط أملس طوله ٣٠ سم ربط من طرفيه فى نقطتين أ ، ب بحيث كان أ ب أفقيا وطوله يساوى ١٨ سم فإذا إنزلقت حلقة ملساء وزنها ١٥٠ ث .جم على الخيط ثبت أنه فى وضع التوازن يكون طولا فرعى الخيط متساويين ثم أوجد الشد فى كل منهما

الحل



∵ الحلقة ملساء

∴ الشد فى فرعى الخيط متساوى

∴ أ جـ = ب جـ = ١٥ سم

∴ أ د = د ب = ٩ سم

∵ د جـ = √(١٥)² − (٩)² = ١٢

∵ △ د جـ هـ مثلث قوى

∴ ش / ٧,٥ = ش / ٧,٥ = ١٥٠ / ١٢

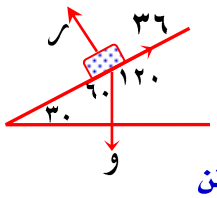
∴ ش = ١٥٠ × ٧,٥ / ١٢ = ٩٣,٧٥ ث.جم

****

رابعاً: وضع جسم على مستوى مائل

(١٩) وضع جسم وزنه و نيوتن على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠ وحفظ الجسم فى حالة توازن بتأثير قوة مقدارها ٣٦ نيوتن تعمل فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى إحسب مقدار وزن الجسم ومقدار رد فعل المستوى

الحل



بتطبيق قاعدة لامى

∴ ر / جا ١٢٠ = و / جا ٩٠ = ٣٦ / جا ١٥٠

∴ ر = ٣٦ × جا ١٢٠ / جا ١٥٠ = ٣٦√٣ نيوتن

∴ و = ٣٦ × جا ٩٠ / جا ١٥٠ = ٧٢ نيوتن

****

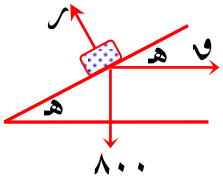
(٢٠) وضع جسم وزنه ٨٠٠ ث.جم على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها هـ حيث جا هـ = ٠,٦ وحفظ الجسم فى توازن بواسطة قوة أفقية.أوجد مقدار هذه القوة ورد فعل المستوى على الجسم

الحل

بتطبيق قاعدة لامى

∴ ٨٠٠ / جا (٩٠ + هـ) = و / جا (١٨٠ − هـ) = ر / جا ٩٠

∴ ٨٠٠ / جتا هـ = و / جا هـ = ر / ١

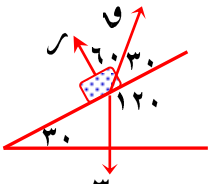


∴ ر = ٨٠٠ × ١ / ٠,٨ = ١٠٠٠ ث.جم

∴ و = ٨٠٠ × ٠,٦ / ٠,٨ = ٦٠٠ ث.جم

(٢١) وضع جسم وزنه ٣٠٠ ث.جم على مستو مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية ظلها $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ و منع من الانزلاق بواسطة قوة تصنع مع اتجاه خط أكبر ميل للمستوى زاوية قياسها ٣٠ إلى أعلى، أوجد مقدار القوة ومقدار رد فعل المستوى.

الحل



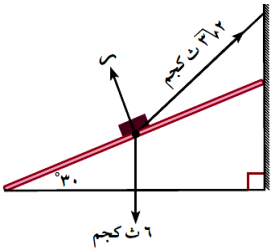
بتطبيق قاعدة لامى

$\therefore \frac{٣٠٠}{جا ٦٠} = \frac{ق}{جا ١٥٠} = \frac{ر}{جا ١٥٠}$

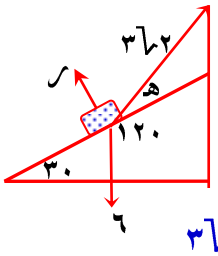
$\therefore ر = ق = \frac{٣٠٠ \times جا ١٥٠}{جا ٦٠} = ١٠٠\sqrt{٣}$ ث.جم

****

(٢٢) فى الشكل المقابل: جسم وزنه ٦ ث كجم موضوع على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠ وحفظ توازنه بواسطة قوة شد قدارها $٢\sqrt{٣}$ ث كجم تعمل فى خيط مثبت أحد طرفيه بالجسم والآخر فى حائط رأسى. أوجد قياس الزاوية التى يصنعها الخيط مع المستوى ومقدار رد فعل المستوى على الجسم.



الحل



بتطبيق قاعدة لامى

$\therefore \frac{ر}{جا (١٢٠ + هـ)} = \frac{٦}{جا (٩٠ - هـ)} = \frac{٢\sqrt{٣}}{جا ١٥٠}$

$\therefore جتا هـ = \frac{٦ \times جا ١٥٠}{٢\sqrt{٣}} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ $\therefore هـ = ٣٠$

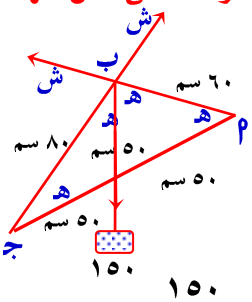
$\therefore ر = \frac{٢\sqrt{٣} \times جا ١٥٠}{جا ١٥٠} = ٢\sqrt{٣}$ ث.كجم

****

خامساً: إتزان قضيب

(٢٣) قضيب منتظم طوله ١٠٠سم ووزنه ١٥٠ث.جم علق تعليقاً حرا بواسطة خيطين ثبت طرفاهما فى نقطة واحدة. فإذا كان طولا الخيطين ٨٠سم، ٦٠سم فأوجد مقدار الشد فى كل منهما

الحل



$\because (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ = ١٠٠٠٠$

$(أ جـ)^٢ = ١٠٠٠٠$

$\because (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ = (أ جـ)^٢$

$\therefore \triangle$ أ ب جـ قائم فى ب

بتطبيق قاعدة لامى

$\therefore \frac{ش}{جا (١٨٠ - هـ_١)} = \frac{ش}{جا (١٨٠ - هـ_٢)} = \frac{١٥٠}{جا ٩٠}$

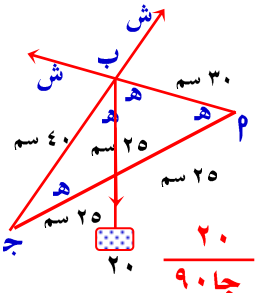
$\therefore \frac{ش}{جا هـ_١} = \frac{ش}{جا هـ_٢} = \frac{١٥٠}{١}$

$\therefore ش = ١٥٠ جا هـ_١ = ١٥٠ \times \frac{٨٠}{١٠٠} = ١٢٠$ ث.جم

$\therefore ش = ١٥٠ جا هـ_٢ = ١٥٠ \times \frac{٦٠}{١٠٠} = ٩٠$ ث.جم

(٢٤) علق قضيب منتظم طوله ٥٠سم ووزنه ٢٠ نيوتن من طرفيه بواسطة خيطين ثبت طرفاهما فى نقطة واحدة. فإذا كان طولا الخيطين ٣٠سم، ٤٠سم فأوجد مقدار الشد فى كل منهما

الحل



$\because (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ = ٢٥٠٠$

$(أ جـ)^٢ = ٢٥٠٠$

$\because (أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ = (أ جـ)^٢$

$\therefore \triangle$ أ ب جـ قائم فى ب

بتطبيق قاعدة لامى

$\therefore \frac{ش}{جا (١٨٠ - هـ_١)} = \frac{ش}{جا (١٨٠ - هـ_٢)} = \frac{٢٠}{جا ٩٠}$

$\therefore \frac{ش}{جا هـ_١} = \frac{ش}{جا هـ_٢} = \frac{٢٠}{١}$

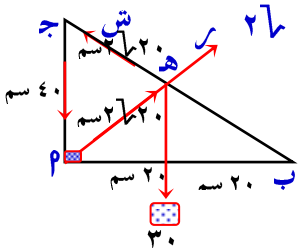
$\therefore ش = ٢٠ جا هـ_١ = ٢٠ \times \frac{٤٠}{٥٠} = ١٦$ نيوتن

$\therefore ش = ٢٠ جا هـ_٢ = ٢٠ \times \frac{٣٠}{٥٠} = ١٢$ نيوتن

****

(٢٥) أ ب قضيب منتظم طوله ٤٠سم ووزنه ٣٠نيوتن متصل بمفصل فى حائط رأسى عند أ، حفظ القضيب فى وضع أفقى بواسطة خيط خفيف يتصل بطرف القضيب ب و بنقطة جـ على الحائط تعلو رأسيا أ بمسافة ٤٠سم أوجد كلا من الشد ورد الفعل عند أ

الحل



$\because ب جـ = \sqrt{(٤٠)^٢ + (٤٠)^٢} = ٤٠\sqrt{٢}$

$\because أ هـ = جـ هـ = \frac{١}{٢} ب جـ = ٢٠\sqrt{٢}$

$\because \triangle$ أ هـ جـ مثلث قوى

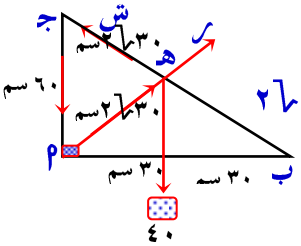
$\therefore \frac{ر}{٢٠\sqrt{٢}} = \frac{ش}{٢٠\sqrt{٢}} = \frac{٣٠}{٤٠}$

$\therefore ر = ش = \frac{٣٠ \times ٢٠\sqrt{٢}}{٤٠} = ١٥\sqrt{٢}$ نيوتن

****

(٢٦) أ ب قضيب منتظم طوله ٦٠سم ووزنه ٤٠نيوتن متصل بمفصل فى حائط رأسى عند أ، حفظ القضيب فى وضع أفقى بواسطة خيط خفيف يتصل بطرف القضيب ب و بنقطة جـ على الحائط تعلو أ رأسيا بمسافة ٦٠سم أوجد كلا من الشد فى الخيط و رد فعل المفصل عند أ

الحل



$\because ب جـ = \sqrt{(٦٠)^٢ + (٦٠)^٢} = ٦٠\sqrt{٢}$

$\because أ هـ = جـ هـ = \frac{١}{٢} ب جـ = ٦٠\sqrt{٢}$

$\because \triangle$ أ هـ جـ مثلث قوى

$\therefore \frac{ش}{٣٠\sqrt{٢}} = \frac{ش}{٣٠\sqrt{٢}} = \frac{٤٠}{٦٠}$

$\therefore ر = ش = \frac{٤٠ \times ٣٠\sqrt{٢}}{٦٠} = \frac{٢٢}{٧}\sqrt{٢}$ نيوتن