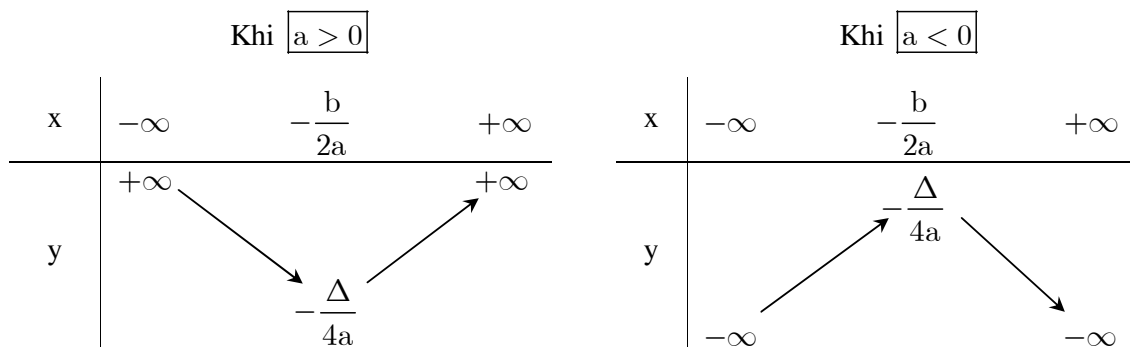


## C – HÀM SỐ BẬC HAI

① **Dạng hàm số:**  $y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ .

② **Tập xác định:**  $D = \mathbb{R}$ .

③ **Sự biến thiên:**

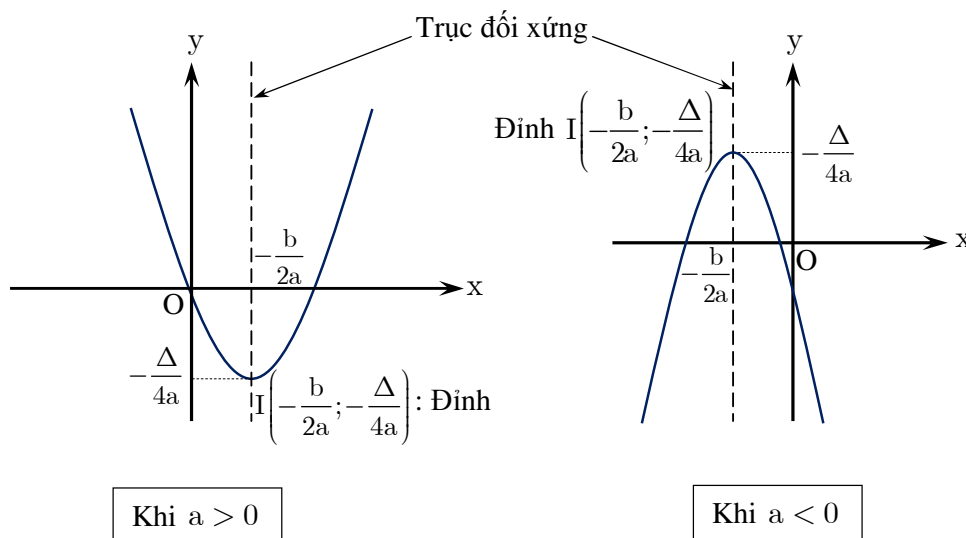


④ **Đồ thị:** là một parabol có đỉnh  $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ , nhận đường thẳng  $x = -\frac{b}{2a}$  làm trục đối xứng, hướng bề lõm lên trên khi  $a > 0$ , xuống dưới khi  $a < 0$ .

⑤ **Các bước vẽ parabol** (P):  $y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ .

- **Bước 1.** Xác định tọa độ đỉnh  $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ .
- **Bước 2.** Xác định trục đối xứng  $x = -\frac{b}{2a}$  và hướng bề lõm của parabol.
- **Bước 3.** Xác định một số điểm cụ thể của parabol (chẳng hạn, giao điểm của parabol với các trục tọa độ và các điểm đối xứng với chúng qua trục trục đối xứng).
- **Bước 4.** Căn cứ vào tính đối xứng, bề lõm và hình dáng parabol để vẽ parabol.

⑥ **Hình dáng parabol** (P):  $y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ .



## ⑦ Một số bài toán thường gặp

### ➤ Bài toán 1. Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = g(x)$ .

Xét phương trình hoành độ giao điểm  $f(x) = g(x) \quad (*)$ .

- ✧ Nếu phương trình  $(*)$  có  $n$  nghiệm ( $n \neq 1$ ) thì đồ thị  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cắt nhau tại  $n$  điểm phân biệt.
- ✧ Nếu phương trình  $(*)$  có đúng 1 nghiệm thì đồ thị  $y = f(x)$  tiếp xúc (có một điểm chung) với đồ thị  $y = g(x)$ .
- ✧ Nếu phương trình  $(*)$  vô nghiệm, thì đồ thị  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  không có điểm chung (không cắt nhau).

Để tìm tọa độ giao điểm, ta thay nghiệm  $x$  vào  $y = f(x)$  hoặc  $y = g(x)$  để được hoành độ  $y$

### ➤ Bài toán 2. Tìm điểm cố định của họ đồ thị $(C_m): y = f(x, m)$ khi $m$ thay đổi

- ✧ Gọi  $M(x_0; y_0) \in (C_m), \forall m \Leftrightarrow y_0 = f(x_0, m), \forall m \quad (1)$ .
- ✧ Biến đổi  $(1)$  về một trong hai dạng

$$\text{Dạng 1: } (1) \Leftrightarrow Am + B = 0, \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases} \quad (2a).$$

$$\text{Dạng 2: } (1) \Leftrightarrow Am^2 + Bm + c = 0, \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \\ C = 0 \end{cases} \quad (2b).$$

- ✧ Giải hệ  $(2a)$  hoặc  $(2b)$  ta tìm được tọa độ  $(x_0; y_0)$  của điểm cố định.

### ➤ Bài toán 3. Quỹ tích điểm $M$ (tập hợp điểm) thỏa tính chất

- ✧ Bước 1. Tìm điều kiện nếu có của tham số  $m$  để tồn tại điểm  $M$ .
- ✧ Bước 2. Tính tọa độ điểm  $M$  theo tham số  $m$ .

Có các trường hợp sau xảy ra:

- Trường hợp 1.  $M \begin{cases} x = f(m) \\ y = g(m) \end{cases}$

Khử tham số  $m$  giữa  $x$  và  $y$ , ta có hệ thức giữa  $x$  và  $y$  độc lập với  $m$  có dạng:

$F(x, y) = 0$ , được gọi là phương trình quỹ tích.

- Trường hợp 2.  $M \begin{cases} x = a \\ y = g(m) \end{cases}$  với  $a$  là hằng số.

Khi đó, điểm  $M$  nằm trên đường thẳng  $x = a$ .

- Trường hợp 3.  $M \begin{cases} x = f(m) \\ y = b \end{cases}$  với  $b$  là hằng số.

Khi đó, điểm  $M$  nằm trên đường thẳng  $y = b$ .

✧ **Bước 3.** Tìm giới hạn quỹ tích.

Dựa vào điều kiện (nếu có) của  $m$  (ở bước 1), ta tìm được điều kiện của  $x$  hoặc  $y$  để tồn tại điểm  $M(x; y)$ . Đó là giới hạn của quỹ tích.

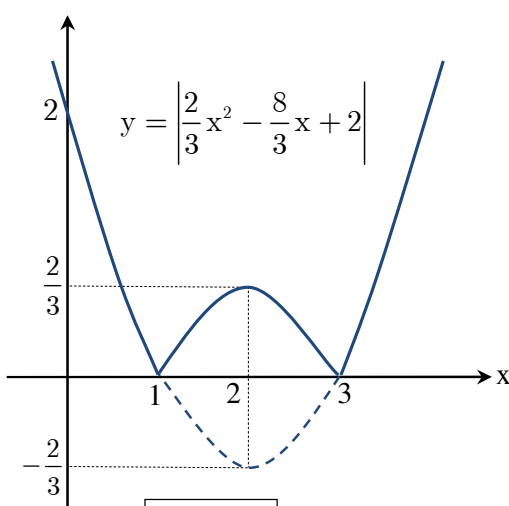
✧ **Bước 4.** Kết luận

Tập hợp điểm  $M$  có phương trình  $F(x, y) = 0$  (hoặc  $x = a$  hoặc  $y = b$ ) với điều kiện của  $x, y$  nếu có (ở bước 3).

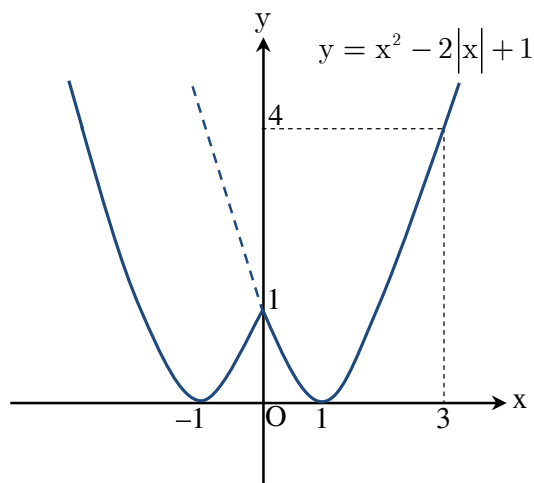
➤ **Bài toán 4. Vẽ đồ thị hàm số chứa dấu trị tuyệt đối**

✧ Vẽ hàm đồ thị hàm số  $y = |f(x)| = |ax^2 + bx + c|, (a \neq 0)$ .

- **Bước 1.** Vẽ Parabol (P):  $y = ax^2 + bx + c$ .
- **Bước 2.** Suy ra đồ thị hàm số  $y = |f(x)| = |ax^2 + bx + c|, (a \neq 0)$ , như sau:
  - Giữ nguyên phần đồ thị (P) ở phía trên trục hoành Ox.
  - Lấy đối xứng phần đồ thị (P) ở phía dưới trục Ox qua trục Ox.
  - Đồ thị cần tìm là hợp hai phần trên. (thí dụ hình 1)



Hình 1



Hình 2

✧ Vẽ hàm đồ thị hàm số  $y = f(|x|) = ax^2 + b|x| + c, (a \neq 0)$ .

- **Bước 1.** Vẽ Parabol (P):  $y = ax^2 + bx + c$ .
- **Bước 2.** Suy ra đồ thị hàm số  $y = f(|x|) = ax^2 + b|x| + c, (a \neq 0)$ , như sau:
  - Giữ nguyên phần (P) ở bên phải trục tung Oy, bỏ phần bên trái trục tung.
  - Lấy đối xứng phần bên phải trục tung ở trên qua trục tung Oy.
  - Đồ thị cần tìm là hợp của hai phần trên (thí dụ hình 2).

**Lưu ý:** Parabol (P):  $y = ax^2 + bx + c$ , ta cần nhớ:

$$\text{Đỉnh I} \left( -\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a} \right), \text{ trục đối xứng } x = -\frac{b}{2a}.$$

## BÀI TẬP ÁP DỤNG

**Bài 111.** Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số sau

a/  $y = 2x^2 + 6x + 3$ .

b/  $y = x^2 - 2x$ .

c/  $y = -x^2 + 2x + 3$ .

d/  $y = \frac{1}{5}x^2 - 2x + 6$ .

e/  $y = -x^2 + 2x - 2$ .

f/  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$ .

g/  $y = x^2 - 4x + 4$ .

h/  $y = -x^2 - 4x + 1$ .

i/  $y = -x^2 - 2$ .

k/  $y = x^2$ .

l/  $y = (x + 3)^2$ .

m/  $y = (x - 1)^2$ .

**Bài 112.** Tìm tọa độ giao điểm của các cặp đồ thị của các hàm số sau

a/  $y = x - 1$ ;

$y = x^2 - 2x - 1$ .

b/  $y = -x + 3$ ;

$y = -x^2 - 4x + 1$ .

c/  $y = 2x - 5$ ;

$y = x^2 - 4x + 4$ .

d/  $y = x^2 - 2x - 1$ ;

$y = x^2 - 4x + 4$ .

e/  $y = 3x^2 - 4x + 1$ ;

$y = -3x^2 + 2x - 1$ .

f/  $y = 2x^2 + x + 1$ ;

$y = -x^2 + x - 1$ .

**Bài 113.** Xác định parabol (P) biết

a/ (P):  $y = ax^2 + bx + 2$  đi qua điểm  $A(1;0)$  và có trục đối xứng  $x = \frac{3}{2}$ .

b/ (P):  $y = ax^2 - 4x + c$  có trục đối xứng là đường thẳng  $x = 2$  và cắt trục hoành tại điểm  $M(3;0)$ .

c/ (P):  $y = ax^2 + bx + 3$  đi qua điểm  $A(-1;9)$  và có trục đối xứng  $x = -2$ .

d/ (P):  $y = 2x^2 + bx + c$  có trục đối xứng là đường thẳng  $x = 1$  và cắt trục tung tại điểm  $M(0;4)$ .

e/ (P):  $y = ax^2 - 4x + c$  đi qua hai điểm  $A(1;-2)$ ,  $B(2;3)$ .

f/ (P):  $y = ax^2 - 4x + c$  có đỉnh là  $I(-2;-1)$ .

g/ (P):  $y = ax^2 - 4x + c$  có hoành độ đỉnh là  $-3$  và đi qua điểm  $A(-2;1)$ .

h/ (P):  $y = ax^2 + bx + c$  đi qua điểm  $A(0;5)$  và có đỉnh  $I(3;-4)$ .

i/ (P):  $y = ax^2 + bx + c$  đi qua điểm  $A(2;-3)$  và có đỉnh  $I(1;-4)$ .

j/ (P):  $y = ax^2 + bx + c$  đi qua điểm  $A(1;1)$  và có đỉnh  $I(-1;5)$ .

k/ (P):  $y = ax^2 + bx + c$  đi qua các điểm  $A(1;1)$ ,  $B(-1;3)$ ,  $O(0;0)$ .

l/ (P):  $y = ax^2 + bx + c$  đi qua các điểm  $A(0;-1)$ ,  $B(1;-1)$ ,  $C(-1;1)$ .

m/ (P):  $y = ax^2 + bx + c$  đi qua các điểm  $A(-1;-1)$ ,  $B(0;2)$ ,  $C(1;-1)$ .

n/ (P):  $y = x^2 + bx + c$  đi qua điểm  $A(1;0)$  và đỉnh I có tung độ bằng  $-1$ .

o/ (P):  $y = ax^2 + bx + c$  có đỉnh là  $I(3;-1)$  và cắt Ox tại điểm có hoành độ là  $1$ .

**Bài 114.** Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số sau

a/  $y = x^2 - 2|x| + 1$ .

b/  $y = -3x^2 - 6|x| + 4$ .

c/  $y = x(|x| - 2)$ .

d/  $y = x^2 - 2|x - 1|$ .

$$e/ \ y = \begin{cases} -x^2 - 2 & \text{khi } x < 1 \\ 2x^2 - 2x - 3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$$

$$f/ \ y = \begin{cases} -2x + 1 & \text{khi } x \geq 0 \\ x^2 + 4x + 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

$$g/ \ y = \begin{cases} 2x & \text{khi } x < 0 \\ x^2 - x & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$$

$$h/ \ y = |-2x^2 - 2x|$$

$$i/ \ y = \left| \frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 2 \right|$$

$$j/ \ y = \left| \frac{1}{2}x^2 + 2|x| + 1 \right|$$

**Bài 115.** Lập bảng biến thiên, rồi tìm giá trị lớn nhất (GTLN – max) và giá trị nhỏ nhất (GTNN – min) của hàm số trên miền xác định được chỉ ra.

$$a/ \ y = x^2 - x \text{ trên } [-1; 3]$$

$$b/ \ y = 2x^2 - 3x \text{ trên } [4; 6]$$

$$c/ \ y = 3x - 6x^2 \text{ trên } [-5; -2]$$

$$d/ \ y = -x^2 + 5x - 4 \text{ trên } [1; 2]$$

$$e/ \ y = -x^2 + 5x + 3 \text{ trên } [1; 3]$$

$$f/ \ y = 3x - 6x^2 \text{ trên } [3; +\infty)$$

$$g/ \ y = x^2 - 5x \text{ trên } (-\infty; 3]$$

$$h/ \ y = -2x + \sqrt{2}x \text{ trên } (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$$

**Bài 116.** Vẽ đồ thị của hàm số  $y = -x^2 + 5x + 6$ . Hãy sử dụng đồ thị để biện luận theo tham số  $m$ , số điểm chung của parabol  $y = -x^2 + 5x + 6$  và đường thẳng  $y = m$ .

**Bài 117.** Cho Parabol  $(P): y = x^2 - 2x + 3$ .

a/ Khảo sát và vẽ đồ thị của parabol trên.

b/ Dựa vào đồ thị, biện luận số nghiệm của phương trình  $x^2 - 2x - m = 0$ .

c/ Viết phương trình đường thẳng  $d$  vuông góc với đường thẳng  $\Delta: y = 2x + 1$  và đi qua đỉnh của parabol  $(P)$ .

**Bài 118.** Cho Parabol  $(P): y = x^2 - x + 2$ .

a/ Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số  $(P)$ .

b/ Tìm tham số  $m$  để phương trình  $x^2 - x - m\sqrt{2} = 0$  có duy nhất 1 nghiệm.

**Bài 119.** Định tham số  $m$  để các cặp đồ thị sau không cắt nhau; cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

$$a/ \ (P_1): y = x^2 - 2x + 4 \text{ và } (P_2): y = -x^2 + 2x + m$$

$$b/ \ (P_1): y = mx^2 - mx + m \text{ và } (P_2): y = x^2 + (2 - m)x + 3$$

**Bài 120.** Định tham số  $m$  để các cặp đồ thị sau tiếp xúc nhau (có duy nhất một điểm chung)

$$a/ \ (P_1): y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 1 \text{ và } (P_2): y = x^2 - x + m$$

$$b/ \ (P_1): y = x^2 + mx - m^2 \text{ và } (P_2): y = x^2 - 5mx - 6$$

**Bài 121.** Cho Parabol  $(P): y = x^2 - 3x + 2$  và đường thẳng  $d: y = mx + 2$ .

a/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $(P)$ .

b/ Tìm tham số  $m$  để hai đồ thị của hai hàm số tiếp xúc nhau (có duy nhất một điểm chung), cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

c/ Biện luận theo  $m$  số nghiệm của phương trình  $x^2 - 3x + 3 - 2m = 0$ .

**Bài 122.** Tìm điểm cố định của họ đồ thị các hàm số

a/  $y = (m - 1)x^2 + 2mx - 3m + 1.$

b/  $y = (m - 2)x^2 - (m - 1)x + 3m - 4.$

c/  $y = mx^2 - 2mx + 1.$

d/  $y = m^2x^2 + 2(m - 1)x + m^2 - 1.$

e/  $y = (m - 1)x^3 - m + 2.$

f/  $y = mx^3 - mx + 2.$

**Bài 123.** Chứng minh rằng với mọi m, đồ thị của mỗi hàm số sau luôn cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và đỉnh I của đồ thị luôn chạy trên một đường thẳng cố định.

a/  $y = x^2 - mx + \frac{m^2}{4} - 1.$

b/  $y = x^2 - 2mx + m^2 - 1.$

**Bài 124.** Tìm quỹ tích đỉnh của các Parabol sau

a/  $y = x^2 + mx + 1.$

b/  $y = mx^2 - 2m^2x + m^3 - 2m^2 + 3, (m \neq 0).$

**Bài 125.** Định tham số m để cặp đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt. Khi đó, tìm quỹ tích trung điểm của giao điểm của hai đồ thị

a/ (P):  $y = x(x + 2),$  d:  $y = m.$

b/ (P):  $y = -x^2 + 2mx + m,$  d:  $y = 3 - x.$

**Bài 126.** Vẽ đồ thị hàm số và dựa vào đồ thị biện luận theo m số nghiệm của phương trình

a/  $y = |2x^2 - 10x + 12|,$   $|2x^2 - 10x + 12| = m.$

b/  $y = x^2 + 4|x| + 3,$   $x^2 + 4|x| + 3 = m.$

c/  $y = |-x^2 + 3|x| - 8|,$   $|-x^2 + 3|x| - 8| = m.$

d/  $|y| = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{8}{3},$   $|\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{8}{3}| = m.$

**Bài 127.** Biện luận theo m số nghiệm của phương trình

a/  $x^2 + x|x + 2| = m.$

b/  $|-x^2 + 3x - 2| = m.$

c/  $(x + 2)(|x| - 1) - m = 0.$

d/  $x^2 - 2|x| - 3 - m = 0.$

e/  $x|x - 3| - 4 - m^2 = 0.$

f/  $|x^2 + 3x| - |x - 2| - m^3 + 5 = 0.$

g/  $(x + 1)(1 - |x|) - 2m = 0.$

h/  $2x^2 - 3|x + 1| - m = 0.$

**Bài 128.** Tìm tham số m để phương trình sau có k nghiệm phân biệt

a/  $(m - x^2 - x - 1)(m - x^2 + x) = 0,$  k = 4.

b/  $(x^2 - 2x - m)(x^2 + 4x + 2 - m) = 0,$  k = 4.

c/  $x^4 - 2x^3 - (2m - 1)x^2 + 2(m + 1)x + m^2 + m = 0,$  k = 4.

**Bài 129.** Định tham số m để bất phương trình sau có nghiệm

a/  $x^2 - 3x + m > \sqrt{(x - 1)(x - 2)}.$

b/  $2x + m > \sqrt{5 - x}.$

c/  $|-x^2 + 6x - 5| < m.$

d/  $2x - 4 > 3\sqrt{x - m}.$

**Bài 130.** Cho hàm số  $(P): y = (2 - m)x^2 + (3m + 1)x - 2m$ ,  $(C_m)$ .

- a/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $(P)$  khi  $m = 1$ , gọi là  $(C_1)$ .
- b/ Chứng minh rằng họ đồ thị  $(C_m)$  luôn đi qua điểm cố định.
- c/ Định tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $(C_m)$  nhận đường thẳng  $y = 2x + 1$  làm tiếp tuyến.
- d/ Dựa vào đồ thị  $(C_1)$ , biện luận theo  $m$  số nghiệm của phương trình:  
$$x^2 - 2x + 3 - 2(m + 1) = 0.$$

**Bài 131.** Cho Parabol  $(P): y = x^2 - 1$ .

- a/ Khảo sát và vẽ đồ thị  $(P)$ .
- b/ Xác định điểm  $M$  trên  $(P)$  để đoạn  $OM$  là ngắn nhất.
- c/ Chứng minh rằng khi  $OM$  ngắn nhất thì đường thẳng  $OM$  vuông góc với tiếp tuyến tại  $M$  của  $(P)$ .

**Bài 132.** Cho đường thẳng  $d: y = 2x + 1 - 2m$  và Parabol  $(P)$  đi qua điểm  $A(1; 0)$  và có đỉnh  $S(3; -4)$ .

- a/ Lập phương trình và vẽ Parabol  $(P)$ .
- b/ Chứng minh rằng  $d$  luôn đi qua một điểm cố định.
- c/ Chứng minh rằng  $d$  luôn cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt.

**Bài 133.** Cho Parabol  $(P): y = f(x) = x^2 - 4x + 3$  và đường thẳng  $d: y = g(x) = mx + 1$ .

- a/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ  $(P)$ .
- b/ Định  $m$  để  $(P)$  và  $d$  tiếp xúc nhau.
- c/ Cho  $m$  tùy ý. Chứng minh:  $f(x) - g(x) \geq \frac{-m^2 - 8m - 8}{4}, \forall x \in \mathbb{R}.$

**Bài 134.** Cho  $(P_m): y = x^2 - 3mx + 5$ .

- a/ Tìm tham số  $m$  để hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 4.
- b/ Tìm quỹ tích đỉnh của  $(P_m)$ .
- c/ Tìm  $m$  để  $(P_m)$  có duy nhất một điểm chung với  $Ox$ .
- d/ Khi  $m = 1$ , viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị tại điểm có hoành độ bằng 1.
- e/ Định tham số  $m$  để đường thẳng  $d: y = -x - 2$  cắt  $(P_m)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho  $OA$  vuông góc với  $OB$ . Tính diện tích tam giác  $OAB$ .

**Bài 135.** Cho  $(P_m): y = x^2 - (m + 1)x + m - 6$ .

- a/ Định  $m$  để Parabol đi qua điểm  $A(-1; 2)$ .
- b/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  $(P)$  của hàm số khi  $m = 3$ .
- c/ Chứng minh  $(P_m)$  luôn đi qua một điểm cố định.
- d/ Chứng minh:  $\forall x \in \mathbb{R}$  thì khoảng cách từ đỉnh của  $(P_m)$  đến  $Ox$  không nhỏ hơn 6.

## BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 136.** Xác định trục đối xứng, tọa độ đỉnh, các giao điểm với trục tung và trục hoành của parabol

a/  $y = 2x^2 - x - 2$ .      b/  $y = -3x^2 - 6x + 4$ .      c/  $y = -2x^2 - x + 2$ .  
 d/  $y = \frac{1}{5}x^2 - 2x + 6$ .      e/  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$ .      f/  $y = -2x^2 - 2$ .

**Bài 137.** Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số sau

a/  $y = x^2$ .      b/  $y = x^2 - 1$ .      c/  $y = x^2 + 1$ .  
 d/  $y = (x - 1)^2$ .      e/  $y = (x + 1)^2$ .      f/  $y = -x^2 + 2x - 2$ .  
 g/  $y = 2x^2 + 6x + 3$ .      h/  $y = 4x^2 - 2x - 6$ .      i/  $y = -3x^2 - 6x + 4$ .  
 k/  $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ .      l/  $y = -2x^2 - 2$ .      m/  $y = -x^2 + 3x$ .

**Bài 138.** Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

a/  $y = |x^2 - 2x + 1|$ .      b/  $y = y = |x^2 - 2|x| + 1|$ .      c/  $y = x^2 + 4|x| + 3$ .  
 d/  $y = \left| \frac{1}{2}x^2 + 2|x| + 1 \right|$ .      e/  $y = |2x^2 - 10x + 12|$ .      f/  $|y| = -\frac{1}{2}x^2 - 5x - \frac{21}{2}$ .

**Bài 139.** Lập bảng biến thiên, rồi tìm giá trị lớn nhất (GTLN – max) và giá trị nhỏ nhất (GTNN – min) của hàm số trên miền xác định được chỉ ra.

a/  $y = -x^2 + 6x - 1$  trên  $[-2; 7]$ .      b/  $y = -6x^2 + 3x + 4$  trên  $[1; 2]$ .  
 c/  $y = -x^2 + 5x - 4$  trên  $[1; 2]$ .      d/  $y = x^2 + 3x - 5$  trên  $[-3; -2]$ .  
 e/  $y = 2x^2 + x + 5$  trên  $(-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$ .      f/  $y = 3x^2 - 4x$  trên  $[1; +\infty)$ .  
 g/  $y = 2x^2 + 3$  trên  $(-\infty; -6] \cup [5; +\infty)$ .      h/  $y = 3x - 6x^2$  trên  $(-\infty; 2]$ .

**Bài 140.** Xác định Parabol (P):  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$  trong các trường hợp sau, biết:

a/ Qua điểm  $A(8; 0)$  và có đỉnh  $I(5; 12)$ .  
 b/ Qua điểm  $A(3; 6)$  và có đỉnh  $I(1; 4)$ .  
 c/ Qua điểm  $A(1; -2)$  và có đỉnh  $I\left(\frac{4}{7}; -\frac{25}{8}\right)$ .  
 d/ Qua điểm  $A(2; 3)$  và có đỉnh  $I(1; -4)$ .  
 e/ Có đỉnh  $I(3; 6)$  và đi qua điểm  $M(1; -10)$ .  
 f/ Qua ba điểm  $A(0; -1)$ ,  $B(1; -1)$ ,  $C(-1; 1)$ .  
 g/ Qua ba điểm  $A\left(1; \frac{3}{2}\right)$ ,  $B\left(-1; \frac{7}{2}\right)$ ,  $C(2; 2)$ .  
 h/ Qua ba điểm  $A(0; 3)$ ,  $B(1; 2)$ ,  $C(-1; 16)$ .  
 i/ Qua ba điểm  $A(-2; 7)$ ,  $B(-1; -2)$ ,  $C(3; 2)$ .  
 j/ Qua điểm  $A(1; 16)$  và cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ là  $-1$  và  $5$ .



k/ Đồ thị nhận đường thẳng  $x = -\frac{4}{3}$  làm trục đối xứng và đi qua hai điểm  $A(0; -2), B(1; -7)$ .

l/ Có trục đối xứng là  $x = -2$ , đi qua điểm  $A(1; 4)$  và có đỉnh thuộc đường thẳng  $y = 2x - 1$

m/ Có trục đối xứng là  $x = 1$ , cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 và chỉ có một giao điểm với trục hoành.

**Bài 141.** Tìm Parabol (P):  $y = ax^2 + bx + 2$  trong các trường hợp sau:

a/ Parabol (P) đi qua  $M(1; 5)$  và  $N(-2; 8)$ .

b/ Parabol (P) đi qua  $A(3; 4)$  và có trục đối xứng là  $x = -\frac{3}{2}$ .

c/ Parabol (P) có đỉnh là  $I(2; -2)$ .

d/ Parabol (P) đi qua  $B(-1; 6)$  và có tung độ đỉnh là  $-\frac{1}{4}$ .

**Bài 142.** Tìm điểm cố định của họ đồ thị

a/  $y = mx^2 + 2mx - 3m$ .

b/  $y = mx + 2(m - 1)x + m^2$ .

c/  $y = (m - 1)x^2 + 2x - 3m$ .

d/  $y = mx^2 - 2x + m$ .

e/  $y = (m - 2)x^3 - m + 2$ .

f/  $y = mx^3 - 2mx^2 + x + (2 - x)m$ .

**Bài 143.** Tìm tọa độ giao điểm của các đường sau:

a/ d:  $y = x - 2$  (P):  $y = -x^2$ .

b/ d:  $y = 2x + 3$  (P):  $y = x^2$ .

c/ d:  $y = -x + 1$  (P):  $y = 2x^2$ .

d/ d:  $x + y - 1 = 0$ , (P):  $y - x^2 + 4x - 3 = 0$ .

e/ d:  $2x - y - 11 = 0$  (P):  $y - x^2 + 6x - 5 = 0$ . f/ d:  $x + 2 - y = 0$ , (P):  $2y - x^2 + 2x - 8 = 0$ .

**Bài 144.** Xác định hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  trong các trường hợp sau

a/ Đi qua điểm  $A(0; 1)$  và tiếp xúc với đường thẳng  $y = x - 1$  tại điểm  $M(1; 0)$ .

b/ Đi qua điểm  $A(0; 1)$  và tiếp xúc với hai đường  $y = x - 1$  và đường  $y = -2x + 1$ .

c/ Đi qua điểm  $A(2; -3)$  và tiếp xúc với hai đường  $y = 2x - 7$  và đường  $y = -4x - 4$ .

d/ Đi qua hai điểm  $A(0; 2), B(-2; 8)$  và tiếp xúc với trục hoành Ox.

e/ Hàm số đạt cực tiểu bằng 2 và đồ thị hàm số cắt đường thẳng  $y = -2x + 6$  tại hai điểm có tung độ tương ứng bằng 2 và 10.

**Bài 145.** Cho các hàm số  $(P_1): y = 2x(x + 2)$  và  $(P_2): y = (x + 1)(x + 2)$ .

a/ Vẽ các đồ thị hàm số  $(P_1)$  và  $(P_2)$  trên cùng một hệ trục tọa độ và tìm giao điểm của chúng.

b/ Định a, b, c để hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  có cực đại bằng 8 và đồ thị của nó qua giao điểm của  $(P_1)$  và  $(P_2)$ .

**Bài 146.** Cho Parabol (P):  $y = x^2 - 6x + 5$  và đường thẳng d:  $y = ax + 1 - 2a$ .

a/ Khảo sát và vẽ đồ thị (P) và d trên cùng một hệ trục tọa độ.

b/ Chứng minh rằng d luôn đi qua điểm cố định.

c/ Bằng đồ thị và phép toán. Chứng minh  $x^2 - 6x + 5 = ax + 1 - 2a$  luôn có nghiệm.

**Bài 147.** Cho  $(P_1): y = x^2 - 4x + 3$  và  $(P_2): y = x^2 + 2x + 3$ .

a/ Vẽ  $(P_1)$  và  $(P_2)$  trên cùng một hệ trục tọa độ.

b/ Tìm tọa độ giao điểm của chúng bằng đồ thị và phép tính.

c/ Định m để đường thẳng  $d: y = m$  cắt mỗi đồ thị tại hai điểm phân biệt.

d/ Giả sử  $d$  cắt  $(P_1)$  tại hai điểm phân biệt A, B và  $d$  cắt  $(P_2)$  tại hai điểm C, D. Tính độ dài đoạn AB, CD theo m.

e/ Tìm m để  $AB = CD$ .

**Bài 148.** Cho  $(P_1): y = x^2 - 4x + 2$  và  $(P_2): y = -x^2$ .

a/ Vẽ  $(P_1)$  và  $(P_2)$  trên cùng một hệ trục tọa độ.

b/ Bằng phép tính, chứng minh rằng hai Parabol trên tiếp xúc nhau.

c/ Gọi A là tiếp điểm. Lập phương trình đường thẳng  $d$  đi qua A và song song với đường thẳng  $\Delta: y = 2x + 2013$ .

d/ Đường thẳng  $d$  cắt  $(P_1)$  tại M và cắt  $(P_2)$  tại N. Tìm tọa độ điểm M và N. Chứng minh rằng A là trung điểm của MN.

e/ Viết phương trình tiếp tuyến chung của  $(P_1): y = x^2 - 4x + 2$  và  $(P_3): y = x^2 - x - 1$ .

**Bài 149.** Cho Parabol  $(P): y = x^2 - 6x + 5$ .

a/ Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số  $(P)$ .

b/ Gọi A và B là giao điểm của  $(P)$  và Ox ( $x_A < x_B$ ). Viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua A và có hệ số góc bằng 1, đường thẳng  $\Delta$  qua B và vuông góc với  $d$ .

c/ Gọi C là giao điểm của  $d$  và  $\Delta$ . Chứng minh rằng  $\triangle ABC$  vuông cân.

**Bài 150.** Định tham số m để các cặp đồ thị sau không cắt nhau, cắt nhau tại hai điểm phân biệt

a/  $(P_1): y = 2x^2 + 3x - 5$  và  $(P_2): y = -6x^2 + 9x - 2m$ .

b/  $(P_1): y = -x^2 + 3mx - 5m$  và  $(P_2): y = 3x^2 + 5x - m$ .

**Bài 151.** Định tham số m để các cặp đồ thị sau tiếp xúc nhau (có một điểm chung duy nhất)

a/  $(P_1): y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 1$  và  $(P_2): y = x^2 - x + m$ .

b/  $(P_1): y = -\frac{1}{3}x^2 + x + 4$  và  $(P_2): y = x^2 - \frac{2}{3}x + m$ .

c/  $(P_1): y = -x^2 + x + 3$  và  $(P_2): y = x^2 - x - 2m$ .

**Bài 152.** Cho  $(P): y = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ .

a/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $(P)$ .

b/ Viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua A(2;0) và có hệ số góc k. Biện luận theo k số giao điểm của  $d$  và  $(P)$ .

c/ Một đường thẳng  $\Delta$  đi qua B(2;0) và cắt  $(P)$  theo một dây cung nhận B làm trung điểm. Tìm phương trình đường thẳng  $\Delta$ .

**Bài 153.** Cho  $(P): y = x^2 - x + 2$ .

- a/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $(P)$ .
- b/ Viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(1; -1)$  có hệ số góc  $-\frac{1}{2}$ . Tìm tọa độ giao điểm  $A, B$  của  $d$  và  $(P)$ .
- c/ Cho điểm  $E(0; -2)$ . Chứng minh rằng  $\widehat{AEB} = 90^\circ$ .

**Bài 154.** Định tham số  $m$  để hai đường thẳng cắt nhau. Khi đó tìm quỹ tích giao điểm của hai đồ thị.

- a/  $(P): y = x^2 - 5x + 6$                        $d: y = 2m - 1$ .
- b/  $(P): y = mx^2 + 3x - 2m$                        $d: y = mx + 2$ .

**Bài 155.** Cho  $(P): y = x(4 - x) - 2$ .

- a/ Biện luận theo  $m$  số giao điểm của  $(P)$  và  $d: x + y - m = 0$ .
- b/ Trong trường hợp  $d$  cắt  $(P)$  tại hai điểm  $M, N$ . Tìm quỹ tích trung điểm  $I$  của  $MN$ .

**Bài 156.** Cho  $(P): y = ax^2 + bx + c$ .

- a/ Xác định hàm số của  $(P)$  qua điểm  $A(0; -3)$  và tiếp xúc với đường thẳng  $y = -(3x + 1)$  tại điểm  $B$  và có hoành độ bằng 1.
- b/ Cho đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $C(0; -2)$  và hệ số góc là  $m$ . Biện luận theo  $m$  số giao điểm của  $d$  và  $(P)$ .
- c/ Trong trường hợp  $d$  cắt  $(P)$  tại hai điểm  $M, N$ . Tìm quỹ tích trung điểm  $I$  của đoạn  $MN$ .

**Bài 157.** Cho  $(P): y = -x^2 + 2x + 3$ .

- a/ Chứng minh rằng đường thẳng  $d: y = mx$  luôn cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt  $M, N$ . Tìm quỹ tích trung điểm đoạn  $MN$ .
- b/ Với giá trị nào của  $m$  thì hai tiếp tuyến của  $(P)$  tại  $M, N$  vuông góc nhau.

**Bài 158.** Định tham số  $m$  để các bất phương trình sau có nghiệm

- a/  $2\sqrt{x+m} > x + 1$ .                      b/  $2|x-m| < 2mx - x^2 - 2$ .

**Bài 159.** Cho hàm số  $y = ax^2 + bx + c$   $(P)$ .

- Tìm  $a, b, c$  thỏa điều kiện được chỉ ra.
- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  $(P)$  của hàm số vừa tìm được.
- Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$ . Xác định tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn  $AB$ .

- a/  $(P)$  có đỉnh  $S\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$  và đi qua điểm  $A(1; 1)$ ;       $d: y = mx$ .
- b/  $(P)$  có đỉnh  $S(1; 1)$  và đi qua điểm  $A(0; 2)$ ;       $d: y = 2x + m$ .